

クレジット:

UTokyo Online Education 学術俯瞰講義 2016 舘 知宏

ライセンス:

利用者は、本講義資料を、教育的な目的に限ってページ単位で利用することができます。特に記載のない限り、本講義資料はページ単位でクリエイティブ・コモンズ 表示-非営利-改変禁止 ライセンスの下に提供されています。

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

本講義資料内には、東京大学が第三者より許諾を得て利用している画像等や、各種ライセンスによって提供されている画像等が含まれています。個々の画像等を本講義資料から切り離して利用することはできません。個々の画像等の利用については、それぞれの権利者の定めるところに従ってください。

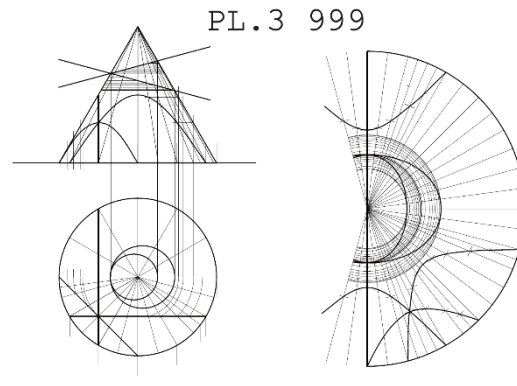
計算折紙とかたち

舘 知宏

東京大学 教養学部 学際科学科

自己紹介

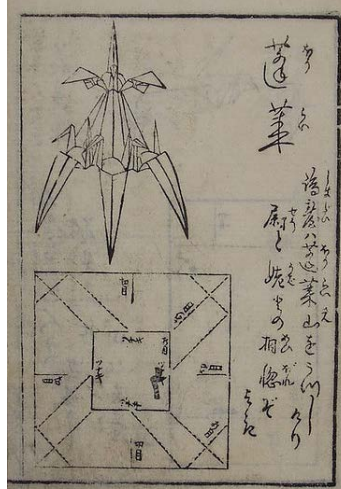
- 舘 知宏 (たち ともひろ)
- 2001武蔵高校卒業
- 2005東京大学建築学科
- 2010東京大学大学院建築学専攻
博士(工学)
- 2010年～
東京大学教養学部
情報・図形科学部会
- 建築／教育分野
 - 図学
 - 情報／計算幾何学／CG
 - 建築学／構造工学
- 特に
 - 折紙工学
 - 計算折紙
 - コンピュータショナル・デザイン
 - 構造形態学



計算折紙

- 「折紙」は、日本・ヨーロッパを起源とし20世紀に発展
- 1970年代以降「折紙の幾何学」「工学応用」が発展
「折紙設計」：折紙の数理の芸術表現への応用
- 現在「計算折紙」が発展し、基礎理論の深化と展開が見られる

<http://www.origami-art-museum.com/>



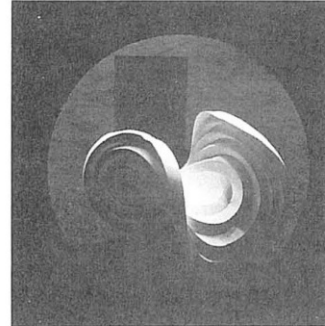
秘伝千羽鶴折形
1797年 魯縞庵

前川淳、笠原邦彦『ビバ！おりがみ』サンリオ、1989年



悪魔 1980 前川淳

Hans M. Wingler [Translated by Wolfgang Jabs and Basil Gilbert ; Edited by Joseph Stein] The Bauhaus : Weimar, Dessau, Berlin, Chicago (Cambridge, MA: MIT Press, 1969) p. 434 a. Student in Albers's preliminary course: paper study. 1927-1928.



a Student in Albers's preliminary course: paper study. 1927-28. The shape results automatically; it is the result of back-and-forth folds in concentric circles. One special feature of this form is its mobility. The development of the curve form is of special pedagogic value, because it provides the student with unexpected revelations concerning the material and the construction principles.

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました

書籍の表紙季刊『をる』
第五号
「吉澤章特集」
双樹舎

“origami”
吉澤章 1950s

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました

Ronald D. Resch氏の折り紙設計図
US Patent 3407558 1968 (Ronald D. Resch) Self-Supporting Structural Unit Having a Series of Repetitious Geometrical Modules
<https://docs.google.com/viewer?url=patentimages.storage.googleapis.com/pdfs/US3407558.pdf>

US Patent 3407558 1968
(Ronald D. Resch)

現在の折紙



龍神 (ver3.5) by 神谷哲史
<http://www.folders.jp/g/2005/0501.html>



"Kiwi," 2014, by Bernie Peyton



"Shakti," by Joel Cooper, 2013



オオカミ by 小松英夫
<http://origami.gr.jp/~komatsu/gallery/wolf.html>



"Attack of the Kraken"
by Brian Chan



6OSME

The Sixth International Meeting of Origami
Science, Mathematics and Education

Tokyo, Japan, 10-13 August 2014

origami.gr.jp/6osme/

International Meeting on Origami in Science, Mathematics, and Education

Session Names

- Math 1,2
- Combinatorics
- Infinity
- Software
- Precision
- Tessellation 1,2
- Symmetric Design
- Modular
- Pop-Up 1,2
- Curved Folding
- Rigid Folding 1,2
- Hinge
- Self Folding 1,2,3
- Composite Structure 1,2
- Dynamics
- Elastic
- Construction
- Architecture
- Design 1, 2
- Art 1,2,3,4
- Culture & History
- Education 1,2,3,4

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました

書籍 『Origami⁶』表紙

書籍情報

Edited by Koryo Miura: University of Tokyo, Japan,
Toshikazu Kawasaki: Anan National College of Technology, Tokushima, Japan,
Tomohiro Tachi: University of Tokyo, Tokyo, Japan,
Ryuhei Uehara: Japan Advanced Institute of Science and Technology, Ishikawa,
Japan,
Robert J. Lang: Langorigami, Alamo, CA,
Patsy Wang-Iverson: Gabriella & Paul Rosenbaum Foundation, Bryn Mawr, PA

American Mathematical Society 2015; 744 pp; Softcover

MSC: Primary 00; 01; 51; 52; 53; 68; 70; 74; 92; 97;

Print ISBN: 978-1-4704-1874-8

Product Code: MBK/95

List Price: \$130.00

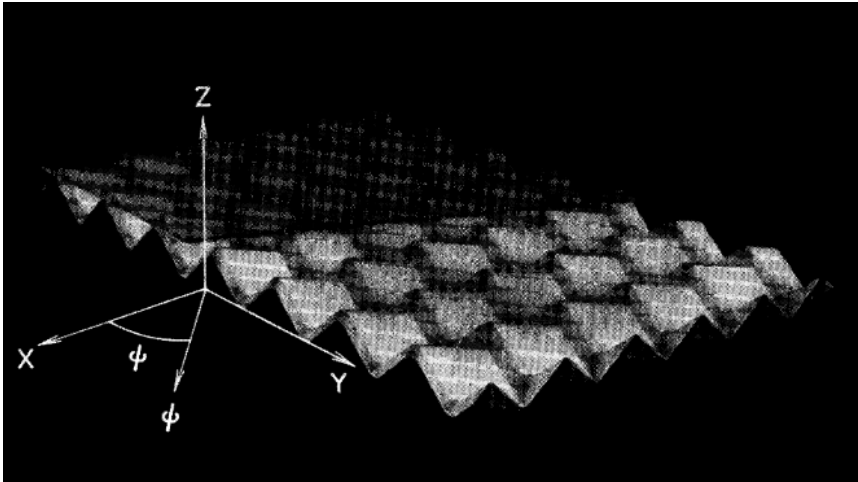
Individual Member Price: \$91.00

<http://bookstore.ams.org/mbk-95/#sthash.bGwmrmqn.dpuf>

折紙の学問

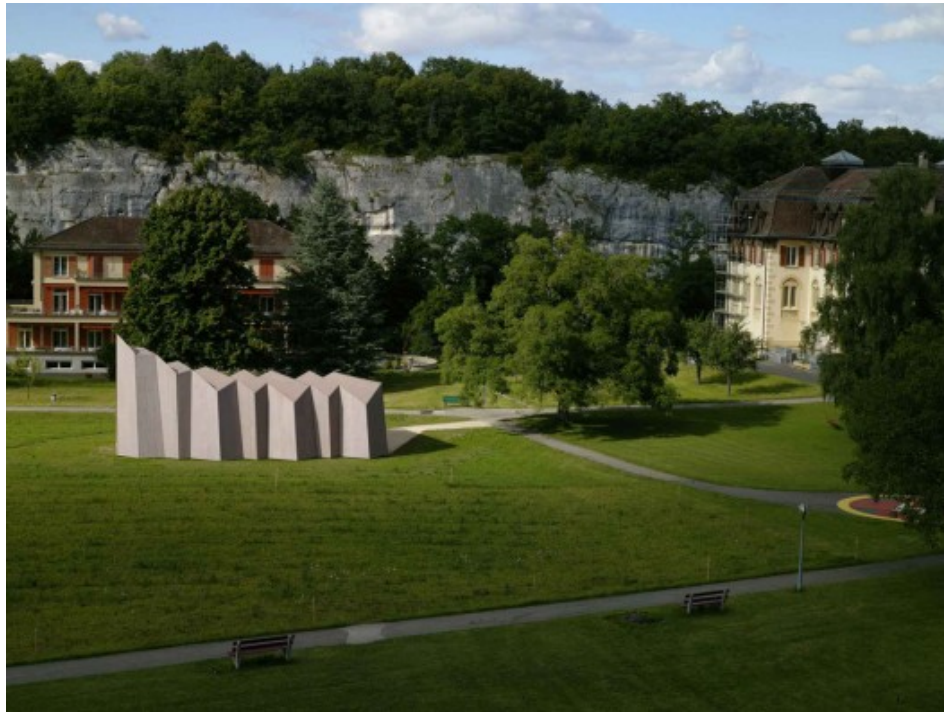
- 「自己折り」は伸びそう
 - この分野はアメリカで発展中 (NSF ODISSEI)
 - 折紙専門家が自己折りチームに加わったのがポイント
- デザイン, 建築, 複合材料など応用が広がってきている
- 「平坦折り」以外の基本理論が整備されつつある
 - 剛体折りの基本条件
 - 曲線折りの基本条件
 - 境界条件
- 「文化と歴史」のセッションが追加
 - おおむね良い反応だった
 - 戸惑った人もいた
- 7OSMEは2018年
 - 学際性がポイント
 - 「折紙」で多分野を繋ぐ研究を！

折紙の良さ：軽くて強い（折版構造）



zeta-core [Miura 1972]

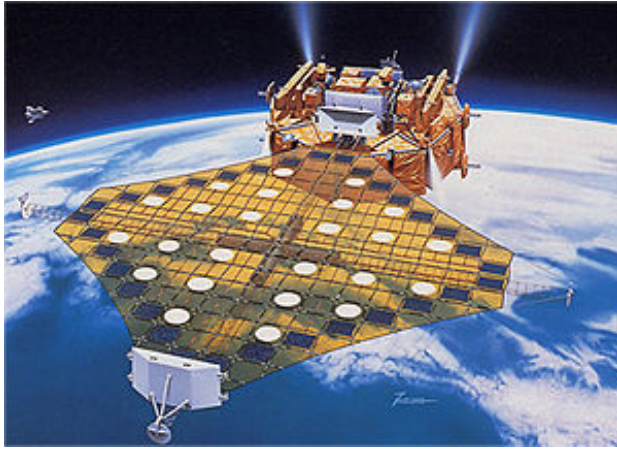
Koryo Miura "Zeta-Core Sandwich-Its
Concept and Realization" ISAS report
No.480, May, 1972, p.148



Chapel St-Loup
[Buri & Weinand 2008]
© Milo Keller

Milo Keller / www.milokeller.com

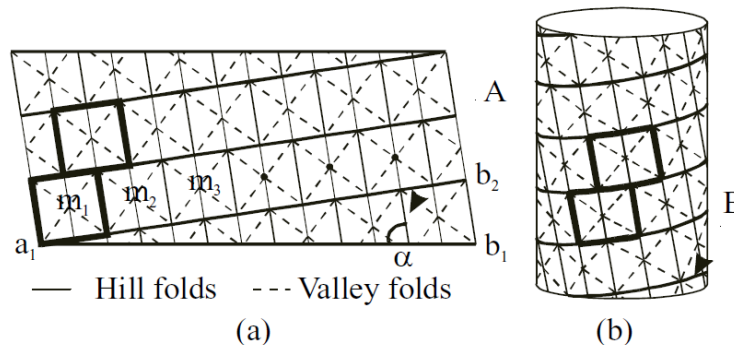
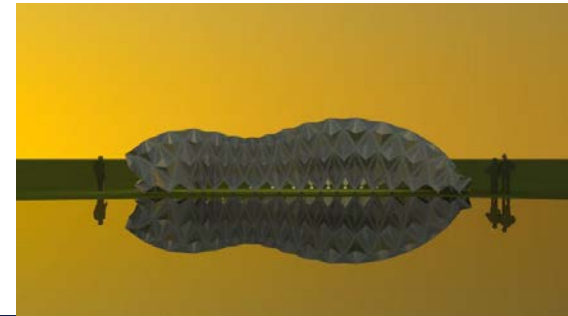
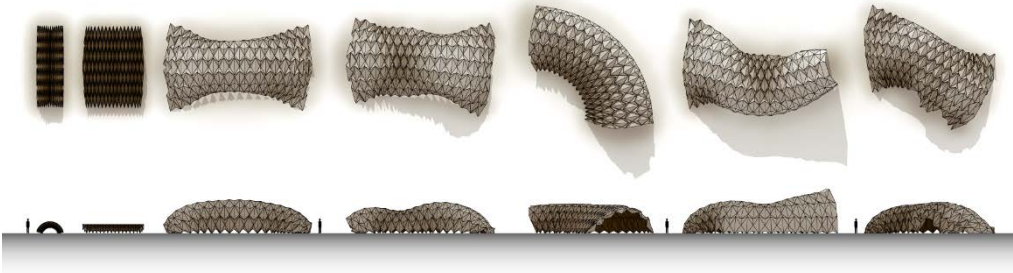
折紙の良さ：折り畳める（展開構造物）



solar panels folding
with Miura-ori

提供：宇宙航空研究開発機構（JAXA）

reconfigurable Pavilion
[Tachi Masubuchi Iwamoto 2011]



Stent Graft (You and Kuribayashi)



K. Kuribayashi,
A Novel Foldable
Stent Graft
(2004)
p. 84,
Figure 4.1
(a)(b);
p. 119,
Figure 6.5

折紙の良さ：平面から作れる

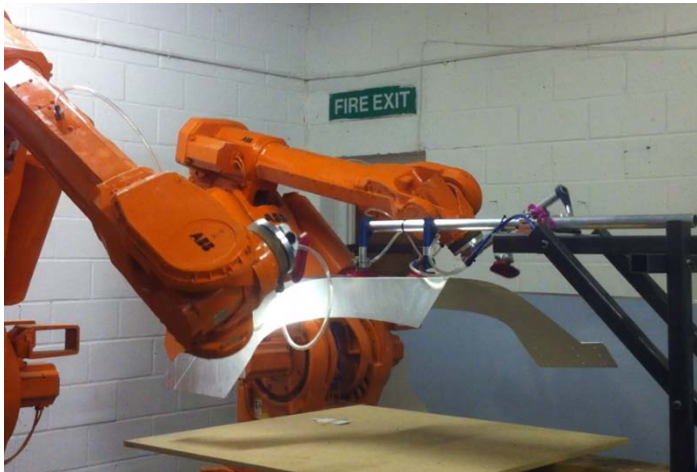
- 一枚のシートを折るだけで作れる
 - 材料を伸び縮みさせない
 - 組み立てを簡略化
- パターンを変えるとかたちが変わる

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました。

折り紙作品

<http://www.robofold.com/make/consultancy/projects/arum-for-zaha-hadid-architects>

“ARUM” by Zaha Hadid + Robofold



Robofold (Gregory Epps)

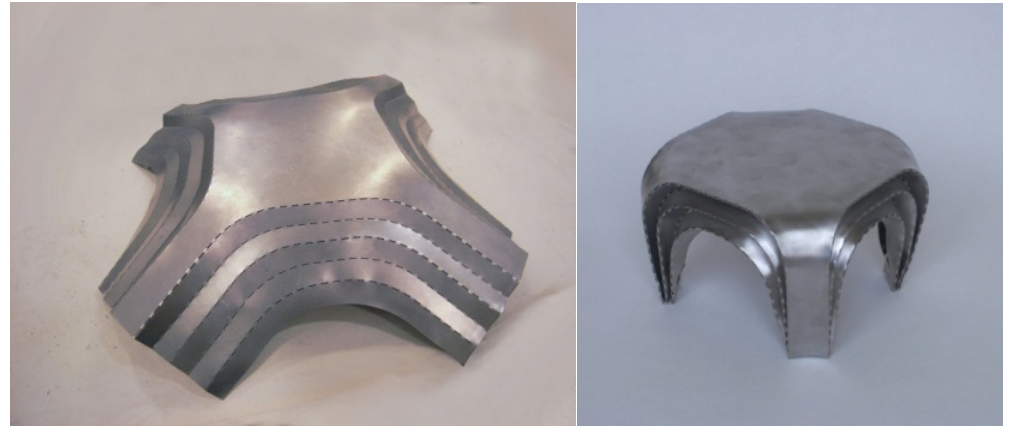
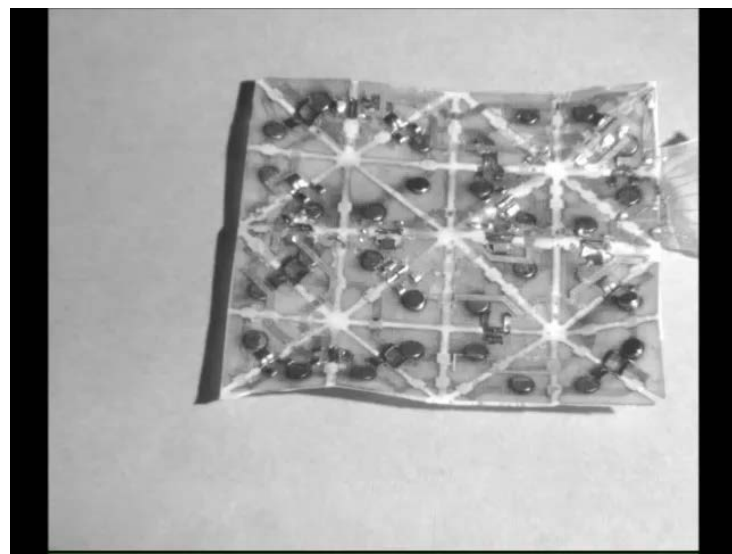


Table 2008
(T. Tachi and D. Koschitz)

Self-Folding 自己折り

E. Hawkes, B. An, N. M. Benbernou, H. Tanaka, S. Kim, E. D. Demaine, D. Rus, R. J. Wood, "Programmable Matter by Folding" PNAS, 2010 July 13; 107(28): 12441-12445.



著作権等の都合により、
ここに挿入されていた画像を削除しました

Self-folding Polymer Gel
J.-H. Na, A.A. Evans, J. Bae, M.C. Chiappelli, C.D. Santangelo, R.J. Lang, T. Hull, R.C. Hayward, "Programming reversibly self-folding origami with micropatterned photo-crosslinkable polymer trilayers", Advanced Materials, 27, 79-85 (2015), p. 83, Figure 5

- どんなかたちがつくれるか？
- そのかたちへの変形ができるか

折紙設計
剛体折紙

アウトライン

- 折紙の形 （今回）
 - 平面二次元設計
 - 可展曲面と折紙
 - シワで自由曲面を作る方法
 - オリガマイザ
- 折紙の動き （次回）
 - 変数と拘束, 自由度
 - 過拘束メカニズムの一般化
 - 筒型・セル型折紙への展開

紙を縮めようとする



「シワ」を作って 座屈する



↑吉村パターン

基本：その1

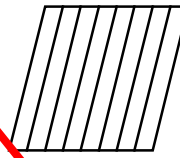
可展性

- 紙は伸び縮みできない。
- 折り目を加えて実質的に縮めることができる

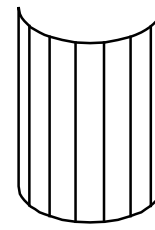
測地距離 $\geq$ ユークリッド距離



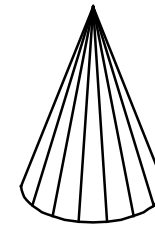
可展面： 伸び縮み無い曲面



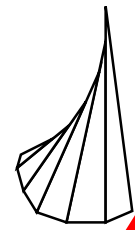
plane



cylinder



cone



tangent

- 微分幾何学の可展面
：なめらか（二階微分できる）
主曲率の積 = 0

可展面 = 単曲面

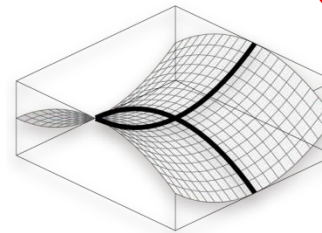
- 折り紙：なめらかでない可展面

曲率積分

$$= 2\pi - \sum \theta = 0$$

複曲面（の近似）が一枚の紙で作れる

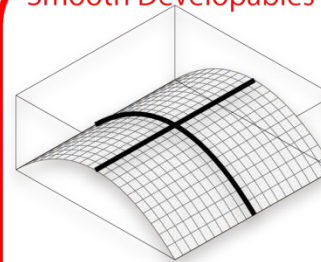
Smooth Developables



Gaussian Curvature

$$< 0$$

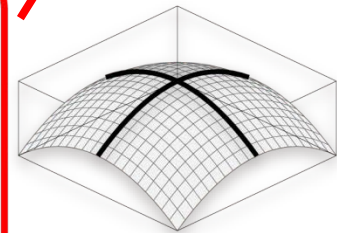
Anticlastic
Double Curved Surface



Gaussian Curvature

$$= 0$$

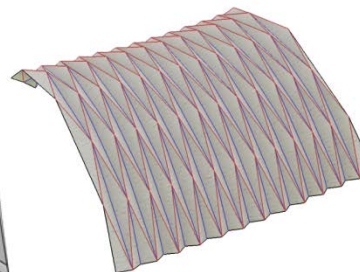
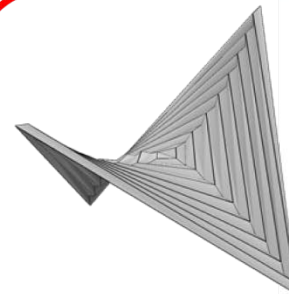
Single-Curved



Gaussian Curvature

$$> 0$$

Synclastic
Double Curved Surface



Creased Developables

複曲面が作れる

著作権等の都合により、
ここに挿入されていた画像を削除しました

折り紙設計図設計図

Ronald D. Resch 1968, US Patent
3407558

Self-Supporting Structural Unit
Having a Series of Repetitious
Geometrical Modules

<http://www.google.com/patents/US3407558>
Fig. 4-9

著作権等の都合により、
ここに挿入されていた画像を削除しました

左記設計図を元に製作された折り紙作品

Domes

<http://www.ronresch.org/ronresch/gallery/dome-one-sheet-of-folded-metal/>

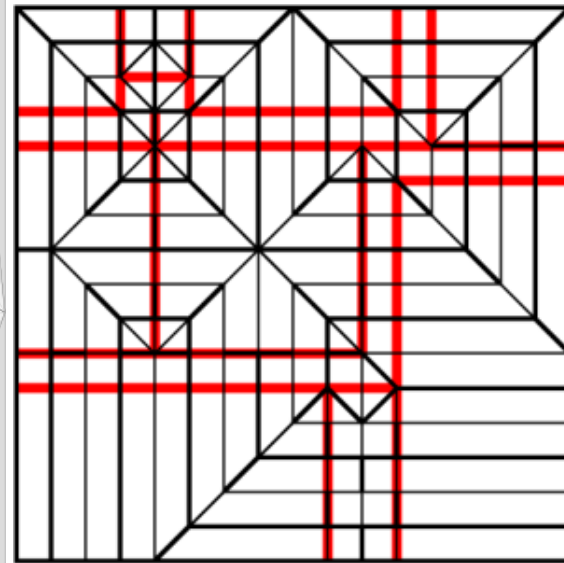
Ronald D. Resch 1968, US Patent 3407558
Self-Supporting Structural Unit Having a Series of
Repetitious Geometrical Modules

では、どうデザインする？

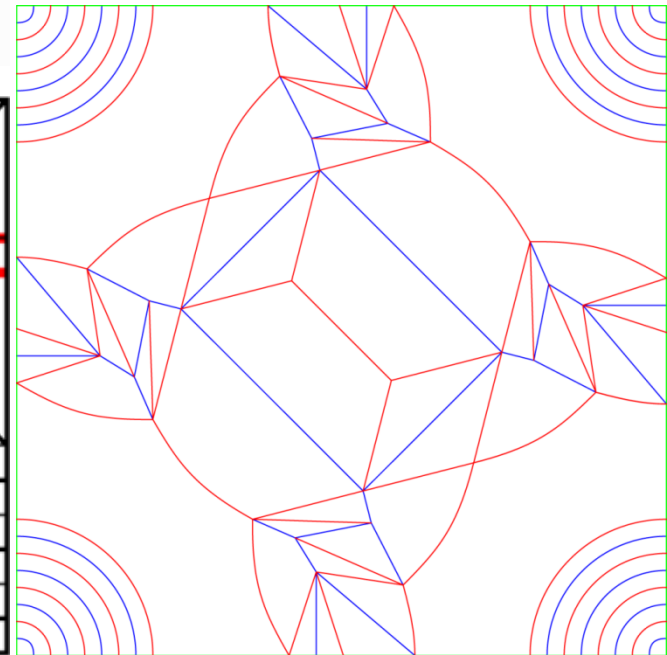
折紙設計：展開図をいかにつくるか？



Origami Teapot 2007
Tomohiro Tachi



Running Hare 2008
Tomohiro Tachi



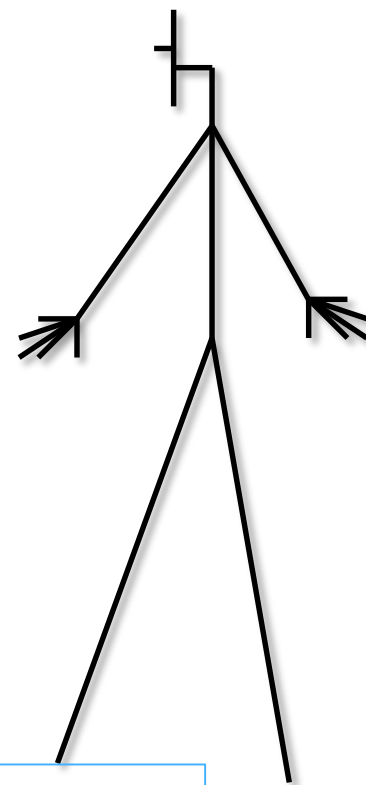
Tetrapod 2009
Tomohiro Tachi

折紙設計 (1990s)

円領域法 [目黒 1992]

Tree Method [Lang 1994]

対象物を樹状グラフとし, あらゆる節点間についてグラフ上距離 $\leq$ ユークリッド距離となるようにする



著作権等の都合により、
ここに挿入されていた画像を削除しました

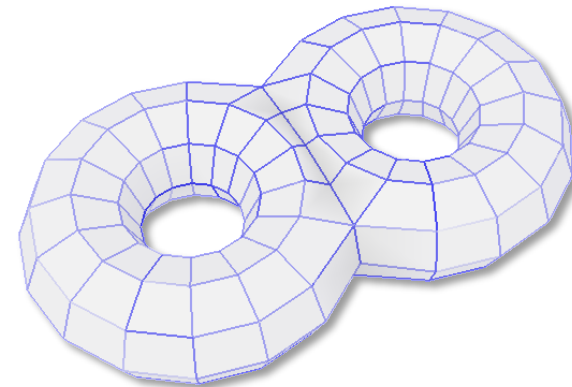
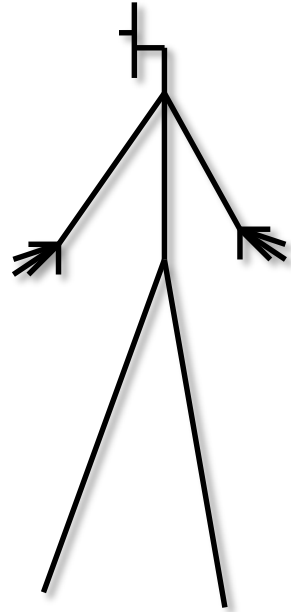
折り紙作品
Origami by Brian Chan
Scutigera coleoptrata
<http://web.mit.edu/chosetec/www/origami/scutigera/scutigera2.jpg>

著作権等の都合により、
ここに挿入されていた画像を削除しました

折り紙の展開図
Origami by Brian Chan
Scutigera coleoptrata
[http://web.mit.edu/chosetec/www/origami/scutigera/Crease_Pattern\(scutigera2_CP\(1\).jpg\)](http://web.mit.edu/chosetec/www/origami/scutigera/Crease_Pattern(scutigera2_CP(1).jpg))

折紙設計を三次元に拡張できるか？

- 円領域法／Tree Method
 - 棒人間状（樹状グラフ）は作れる
 - 三次元形状は最後の「仕上げ」（職人技，神業）
- 三次元折紙設計
 - 三次元曲面，ポリゴンメッシュ
 - 最後に欲しいかたちがそのまま折れる



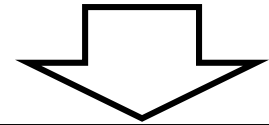
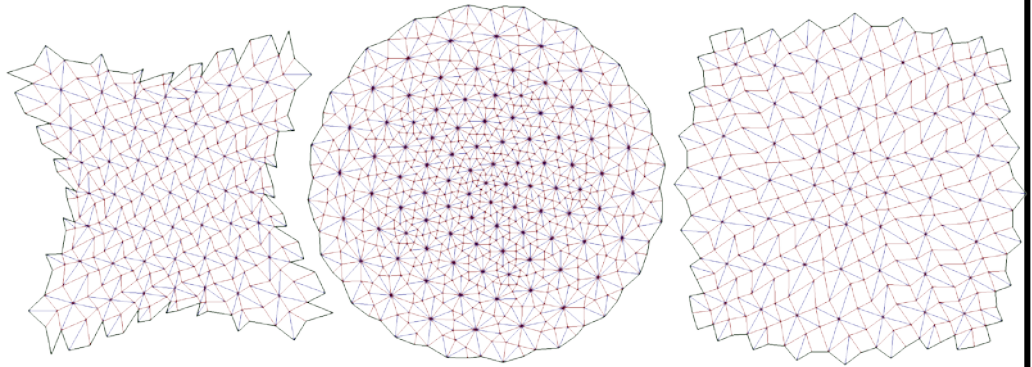
Origami Design 折紙設計

- 試行錯誤
 - 二次元パターンを折って三次元形状を得る
 - 欲しい形状が得られるまで試す
- 折り紙設計
 - 三次元形状から二次元のパターンを得る

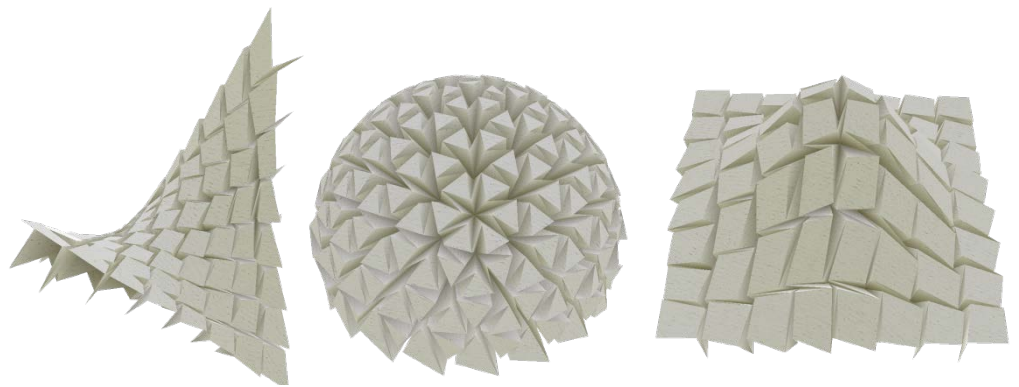
計算折紙 コンピューショナル・ オリガミ

Design Patterns

2D Pattern / Crease Pattern



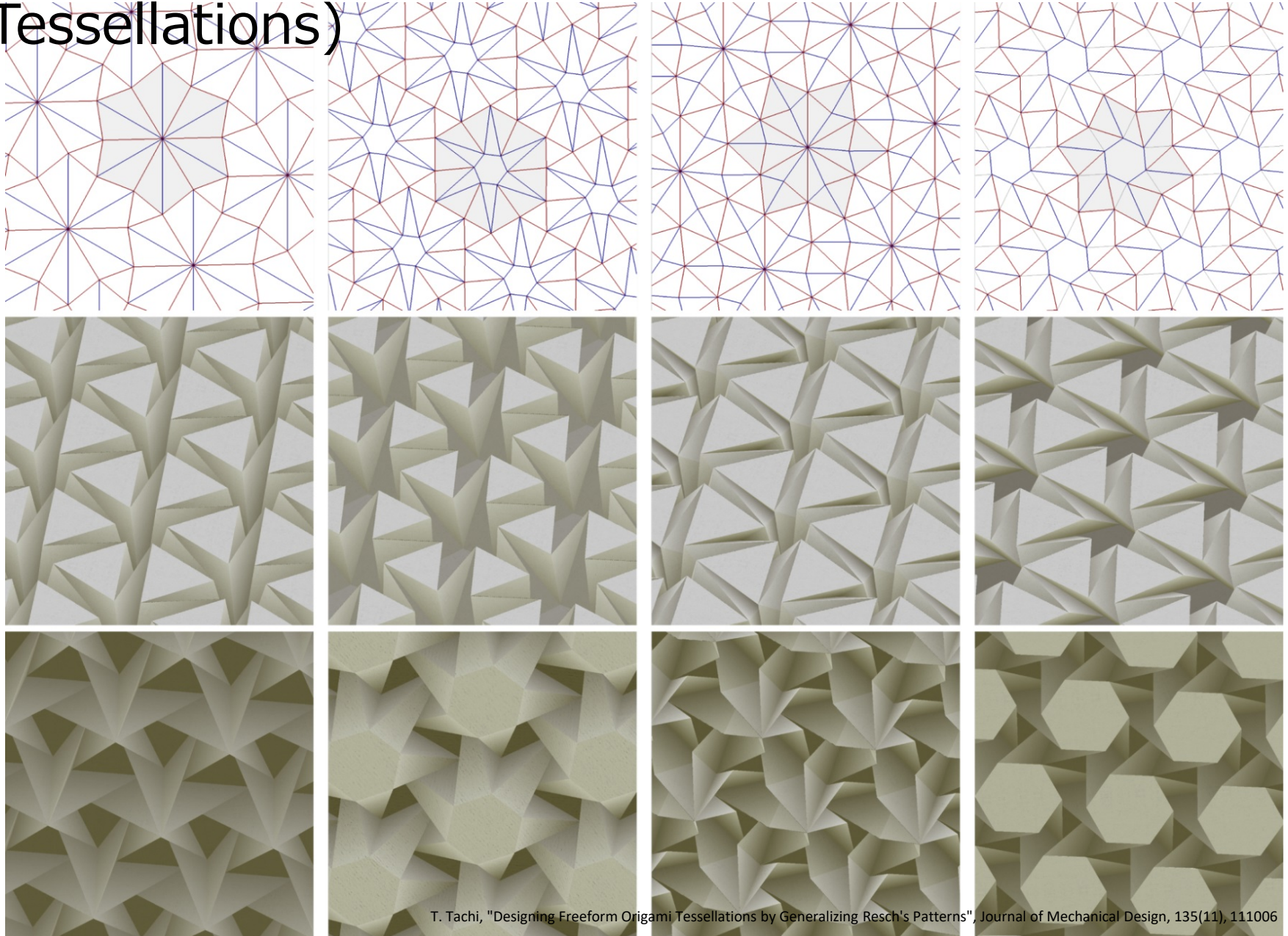
3D Form / Folded Form



「シワ」で実質的に「縮める」

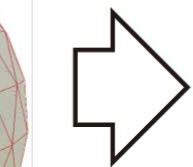
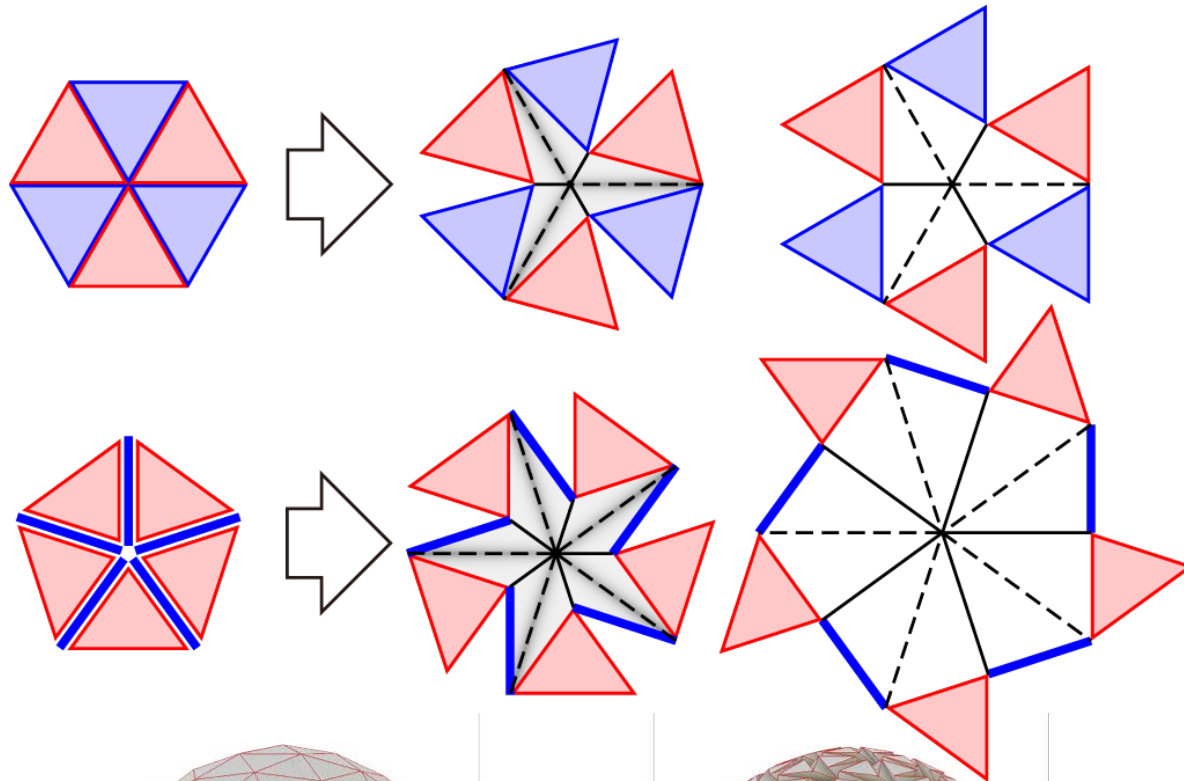


人工的なシワを作る Artificial Crumples (Origami Tessellations)



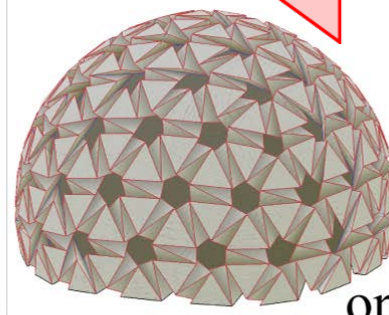
T. Tachi, "Designing Freeform Origami Tessellations by Generalizing Resch's Patterns", Journal of Mechanical Design, 135(11), 111006

多面体にヒダを加えて, Resch Patternのバリエーションを作る



generate

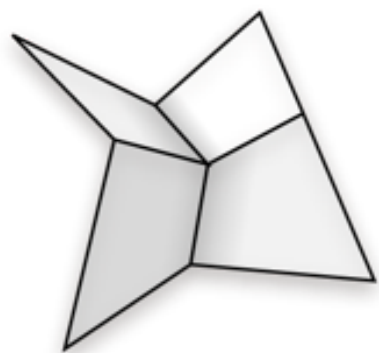
tessellation



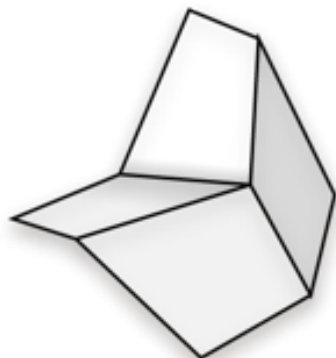
opt

de

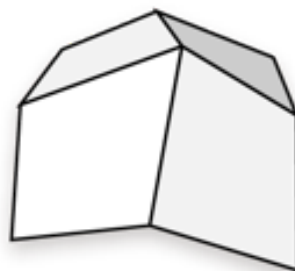
「可展」の評価： 一周回った角度が 360°



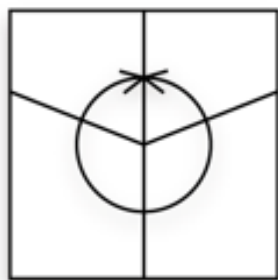
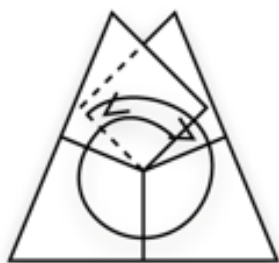
$> 360^\circ$



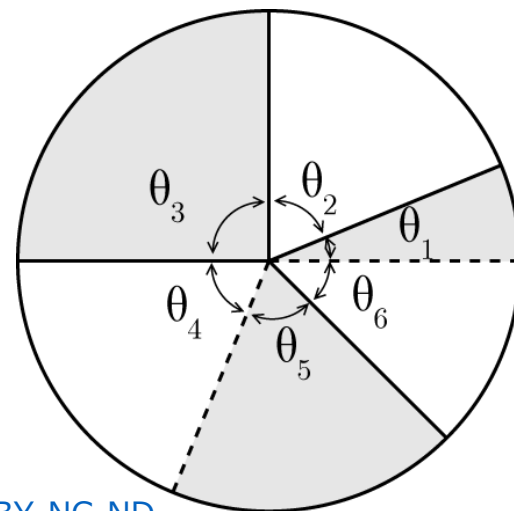
$= 360^\circ$



$< 360^\circ$



$$g_v = 2\pi - \sum_{i=1, \dots, k_v} \theta_i = 0$$



変数と条件

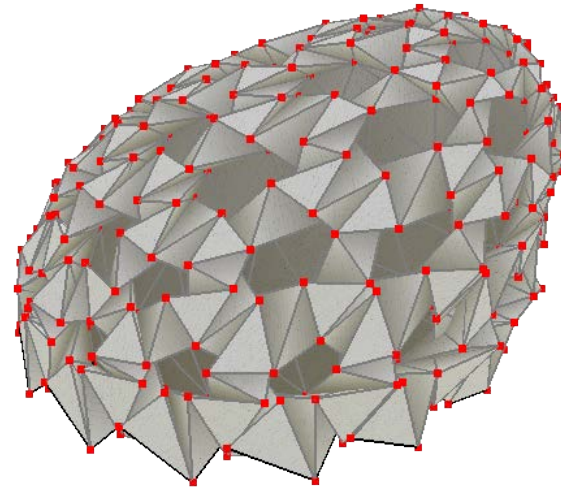
- 変数 (3V個)
 - 座標値 $\mathbf{X}$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ \vdots \\ M \\ \vdots \\ x_V \\ y_V \\ z_V \end{bmatrix}$$

- 条件 (V_{in} 個)
 - 可展性

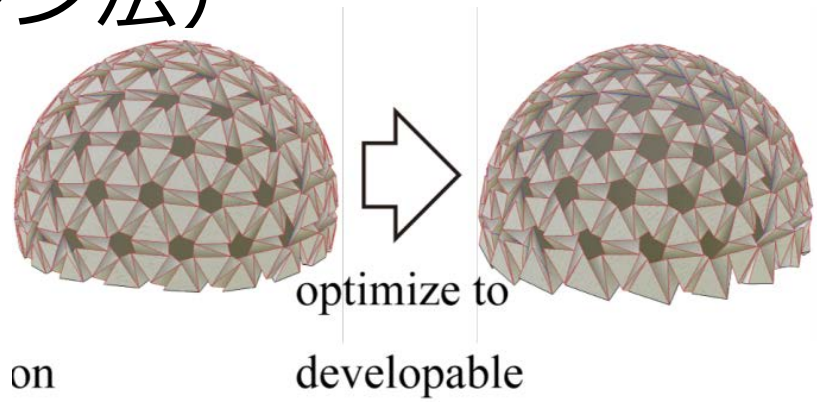
$$\mathbf{g}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_{V_{in}} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2\pi - \sum_{i=1, \dots, k_1} \theta_i \\ \vdots \\ 2\pi - \sum_{i=1, \dots, k_{V_{in}}} \theta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$



- 変数のほうが条件よりも多い連立方程式
 - 解が無限に存在する(多次元の解空間)
- θ は $\mathbf{X}$ の関数(ただし非線形)
- $\mathbf{g}(\mathbf{X}) = \mathbf{0}$ は数式処理では解けない

数値計算する(ニュートン法)

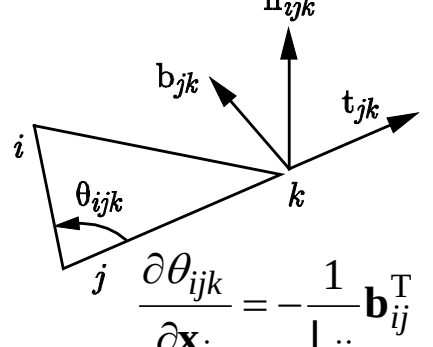


1. 現状の $\mathbf{g}(\mathbf{X}^i)$ を計算する。これを $\mathbf{0}$ に近づけるため、 $\mathbf{X}$ を修正したい
2. $\mathbf{g}(\mathbf{X}^i)$ を線形近似する。
 $\mathbf{g}(\mathbf{X})$

$$\approx \mathbf{g}(\mathbf{X}^i) + \left[\frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{X}^i)}{\partial x_1} \quad \dots \quad \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{X}^i)}{\partial z_V} \right] \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \vdots \\ \Delta z_V \end{bmatrix}$$

$$= \mathbf{g}(\mathbf{X}^i) + \mathbf{C} \Delta \mathbf{X}^i$$
3. $\mathbf{C} \Delta \mathbf{X}^i = -\mathbf{g}(\mathbf{X}^i)$ となる $\Delta \mathbf{X}^i$ (のうち最も変形が少ない物) を計算する (行列演算)
4. $\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_i + \Delta \mathbf{X}_i$
5. 1へ

$$\mathbf{C} \mathbf{\Delta} = \left[\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{X}} \right] \mathbf{\Delta} = \left[\frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right] \left[\frac{\partial \boldsymbol{\theta}}{\partial \mathbf{X}} \right] \mathbf{\Delta} = \mathbf{0}$$



$$\frac{\partial \theta_{ijk}}{\partial \mathbf{x}_i} = -\frac{1}{l_{ij}} \mathbf{b}_{ij}^T$$

$$\frac{\partial \theta_{ijk}}{\partial \mathbf{x}_j} = \frac{1}{l_{ij}} \mathbf{b}_{ij}^T + \frac{1}{l_{jk}} \mathbf{b}_{jk}^T$$

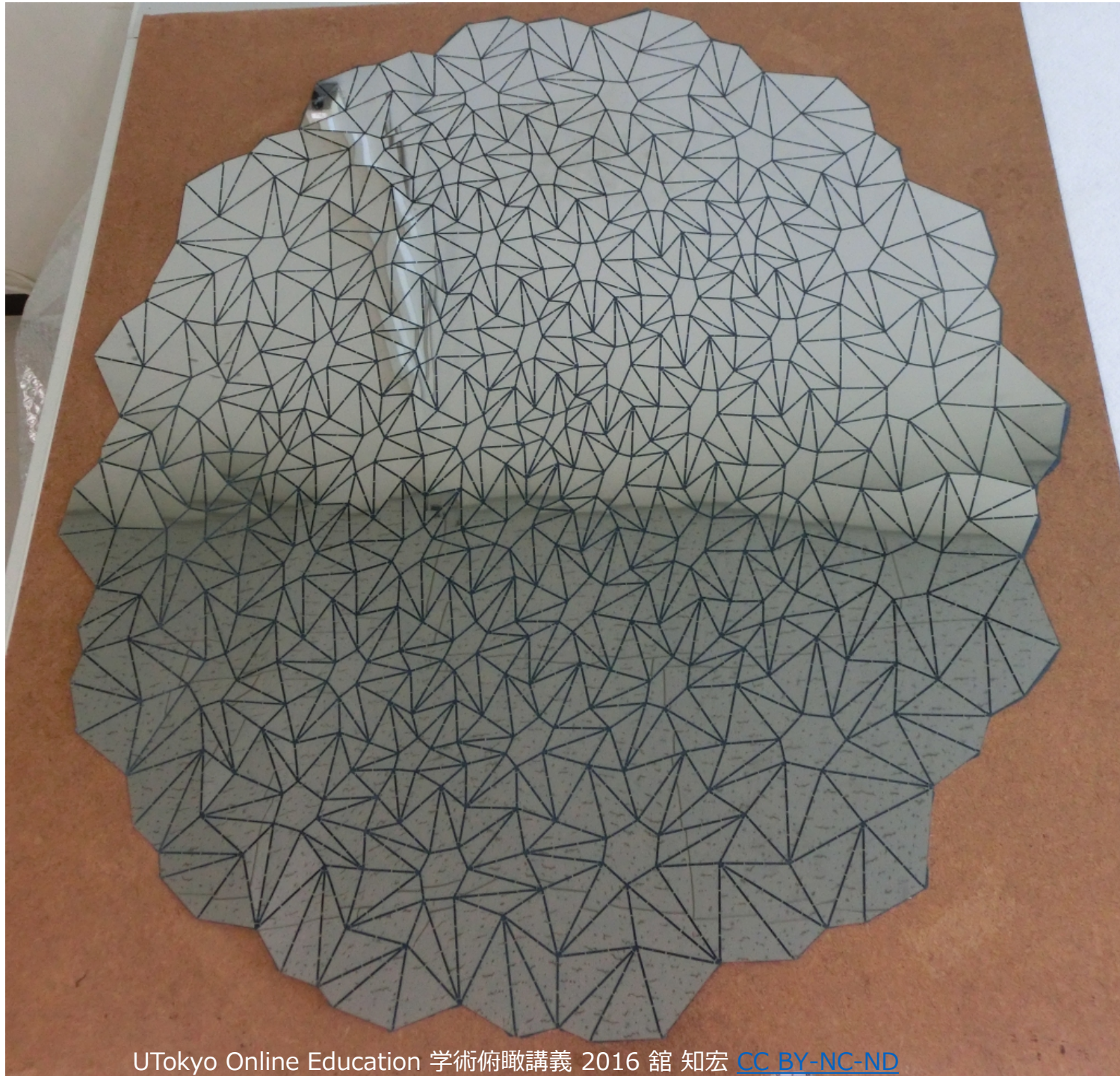
$$\frac{\partial \theta_{ijk}}{\partial \mathbf{x}_k} = -\frac{1}{l_{jk}} \mathbf{b}_{jk}^T$$

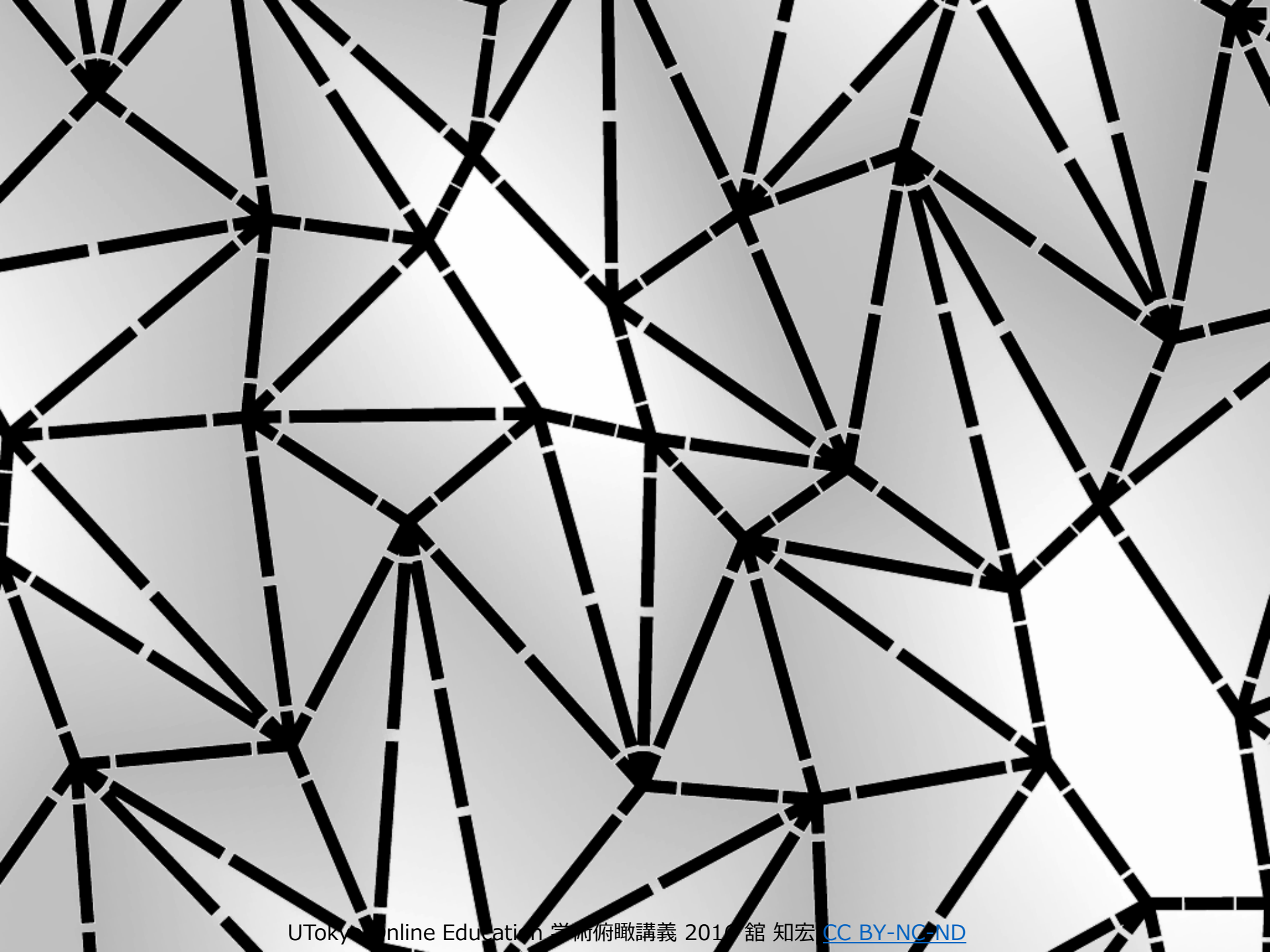
Freeform Origami

[Tachi, 2009-]









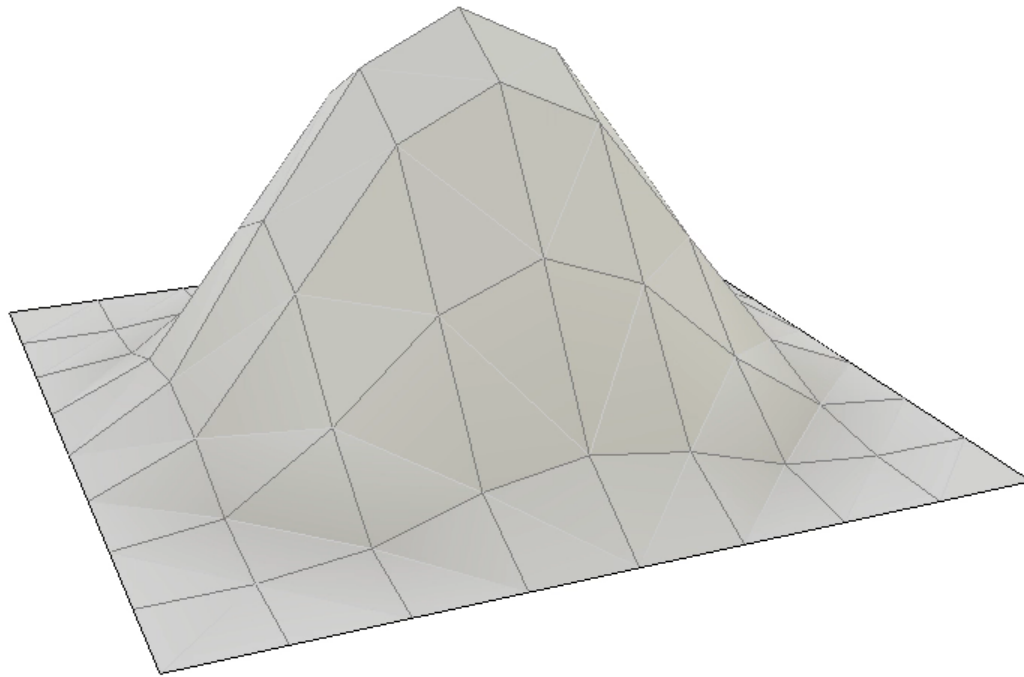


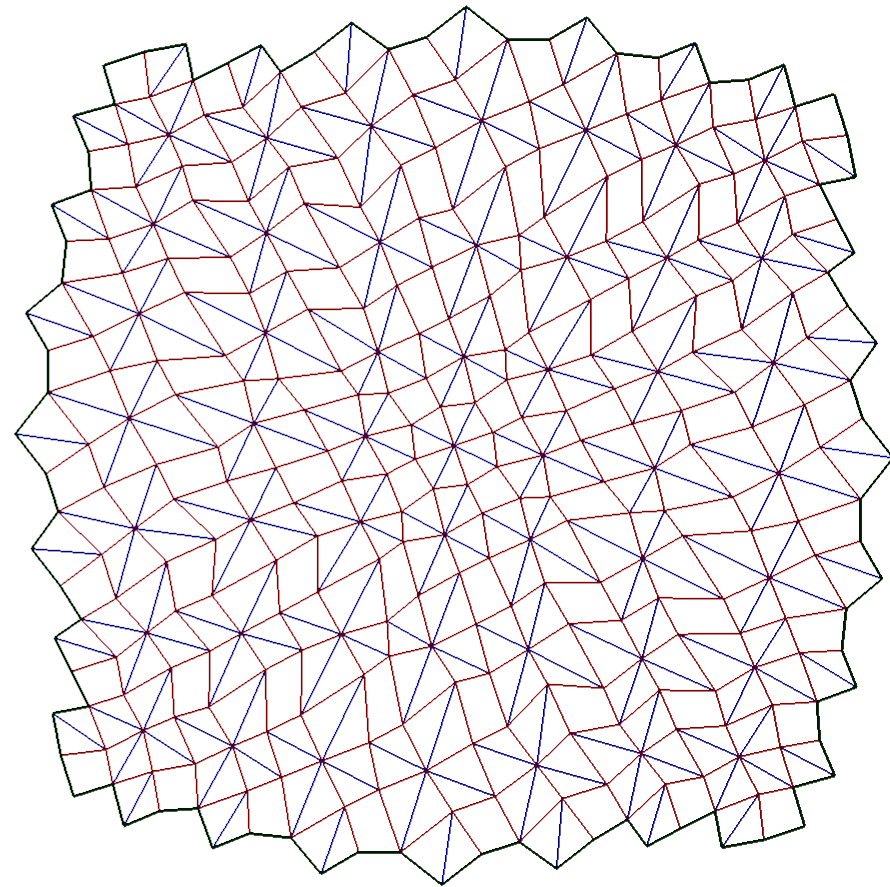
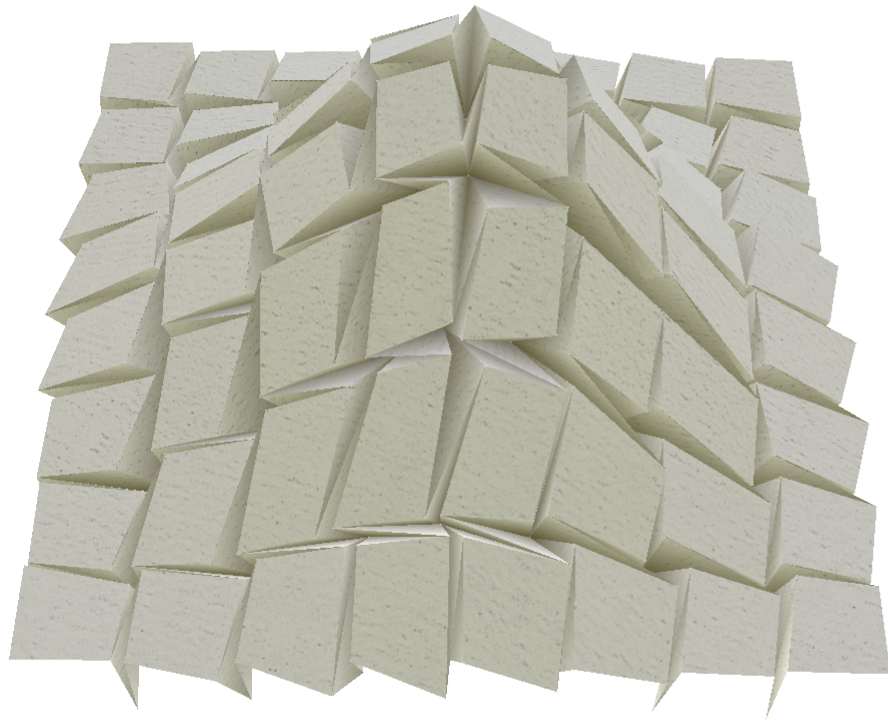




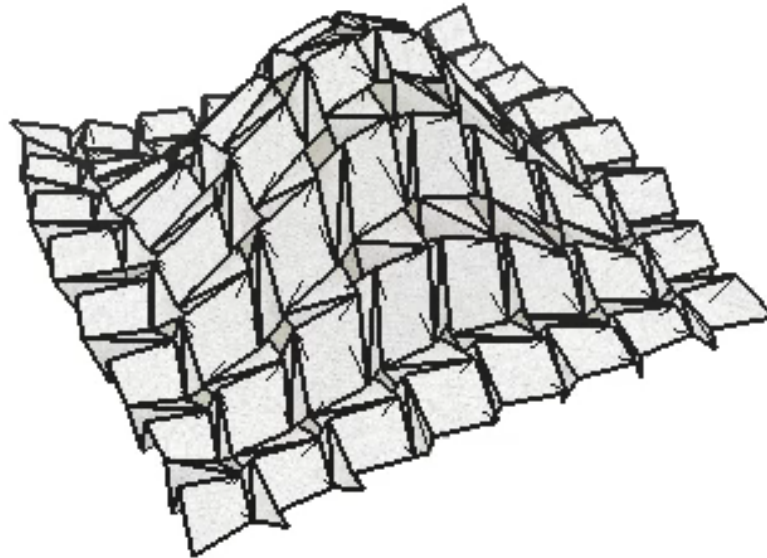
Freeform Origami Tessellation

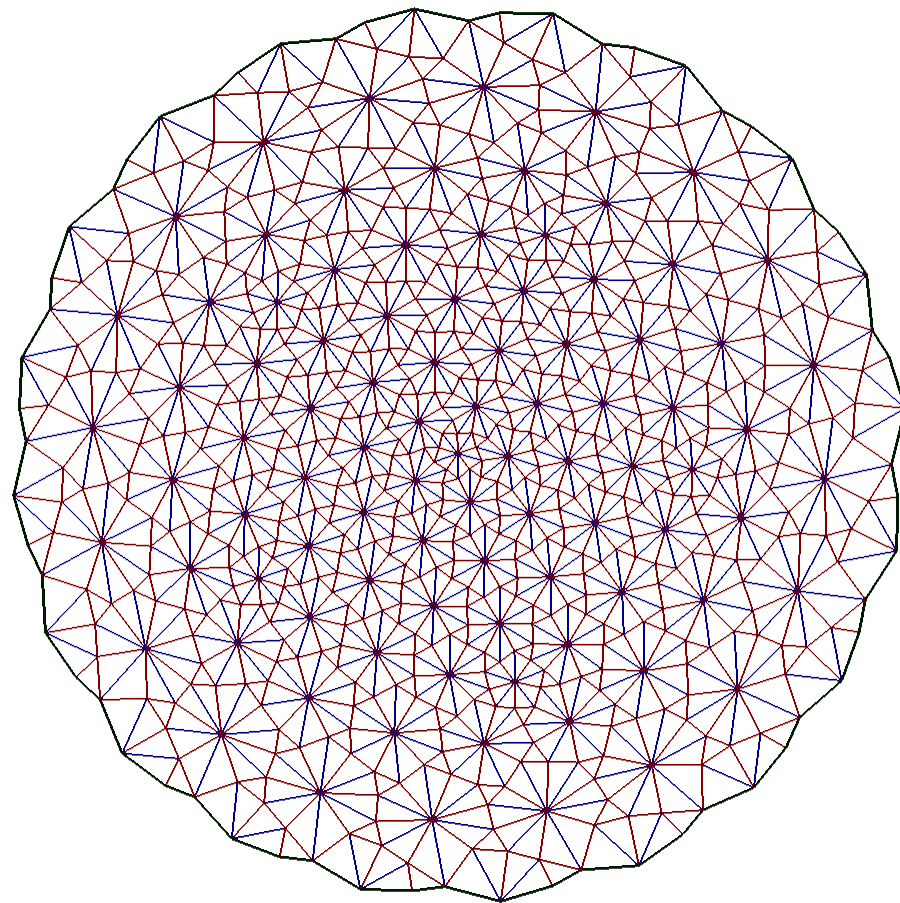
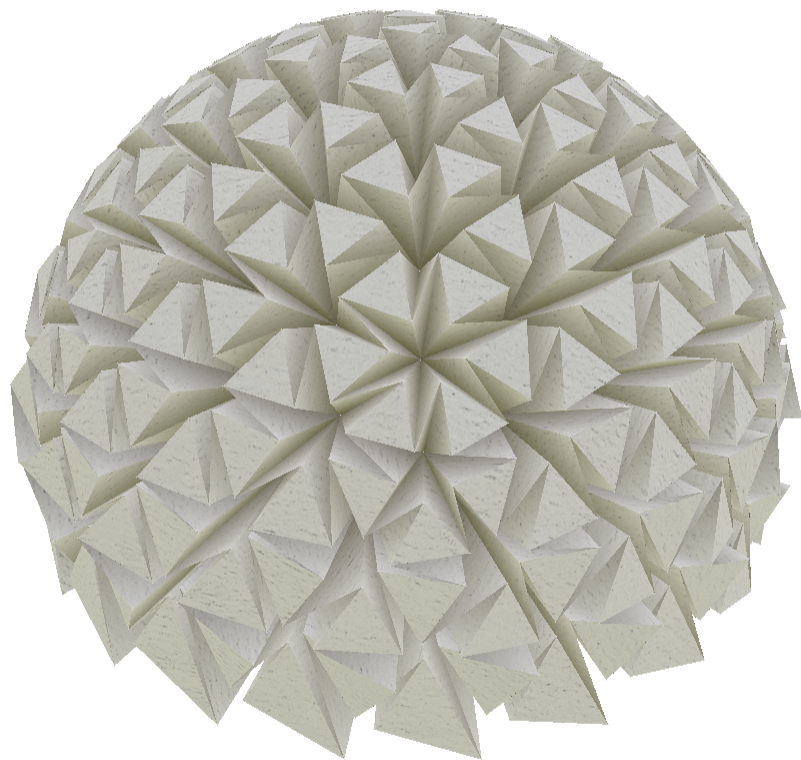
File System Model Fold/Unfold Select Tool View Help

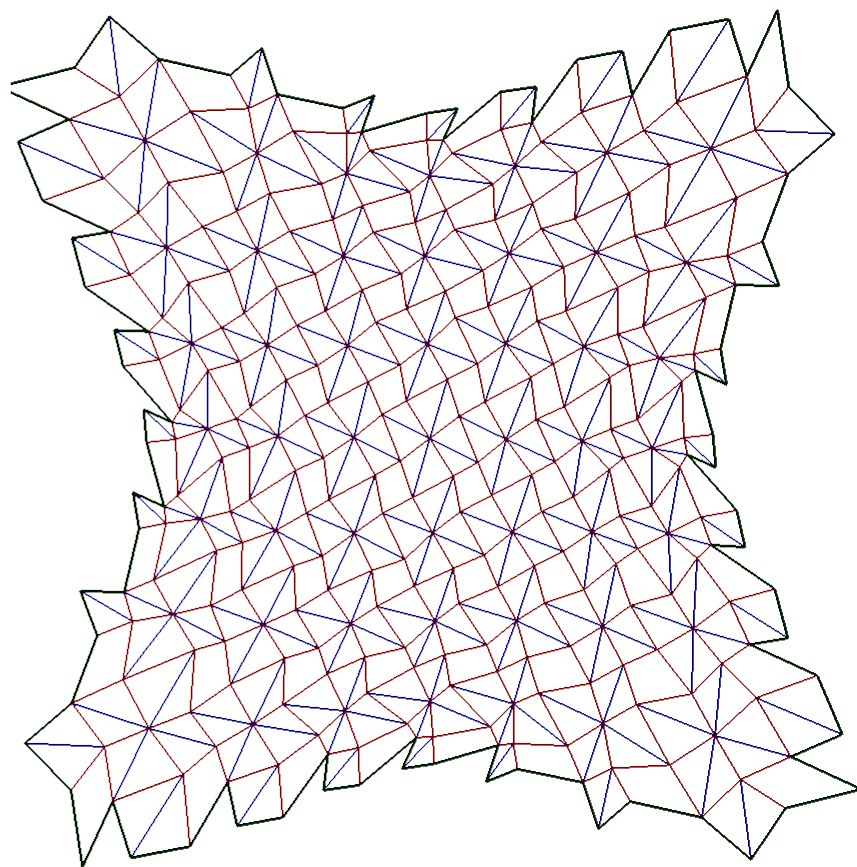
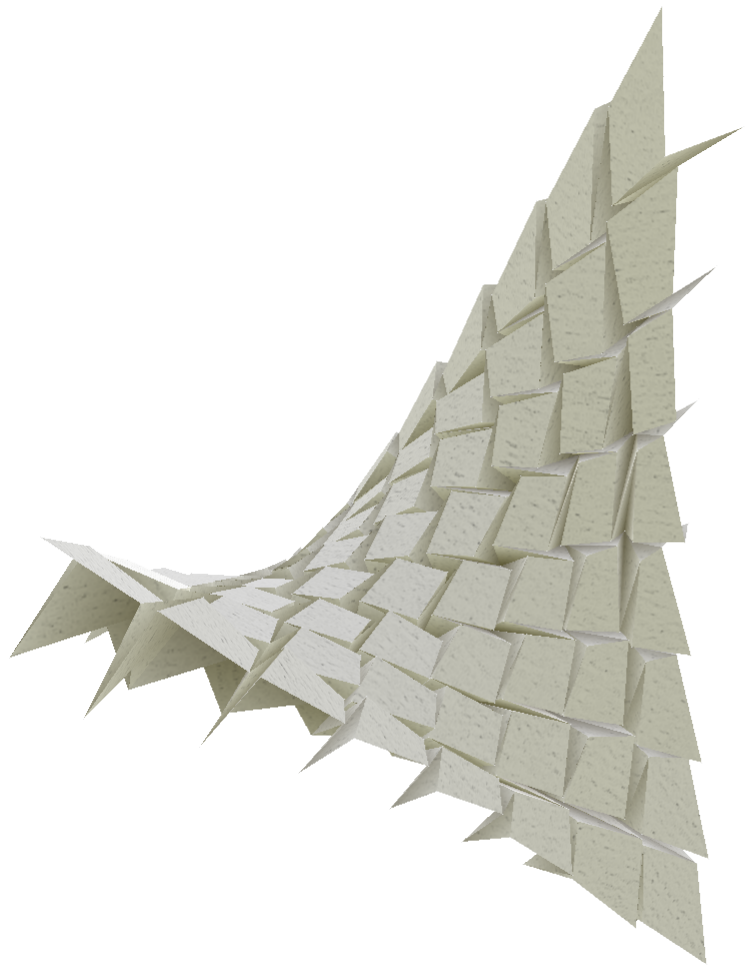


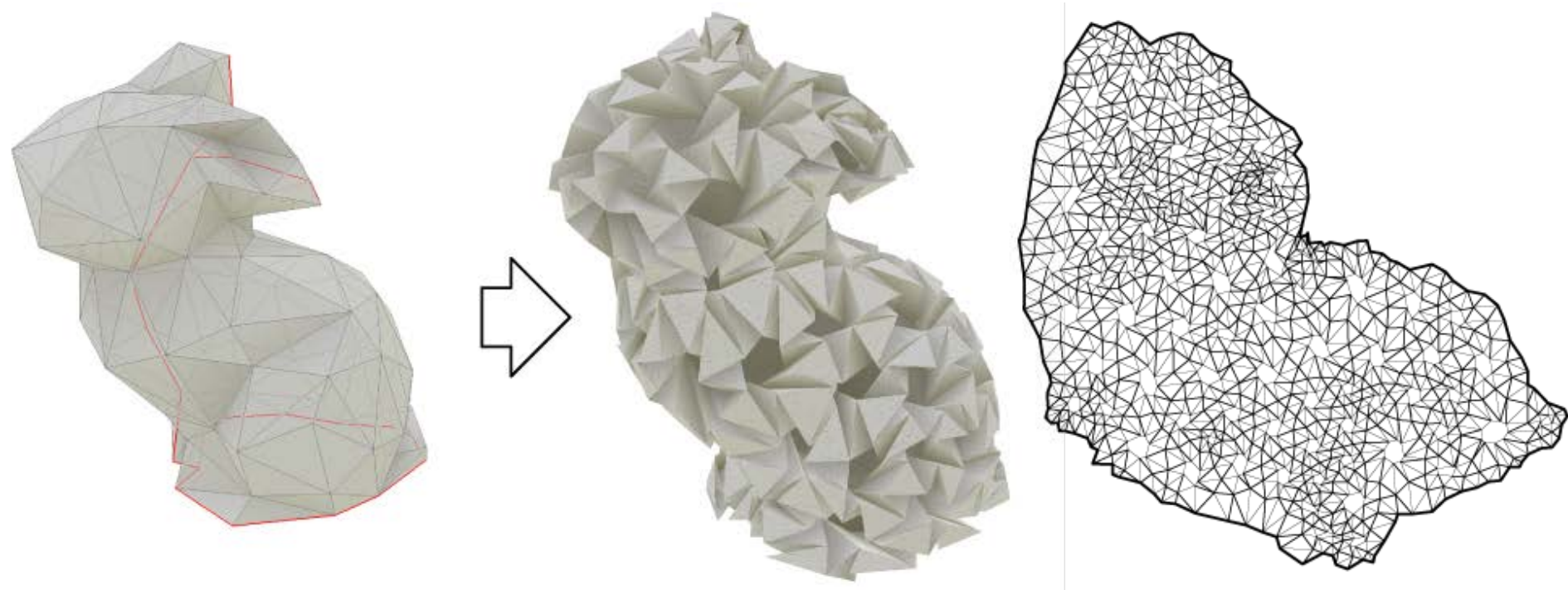


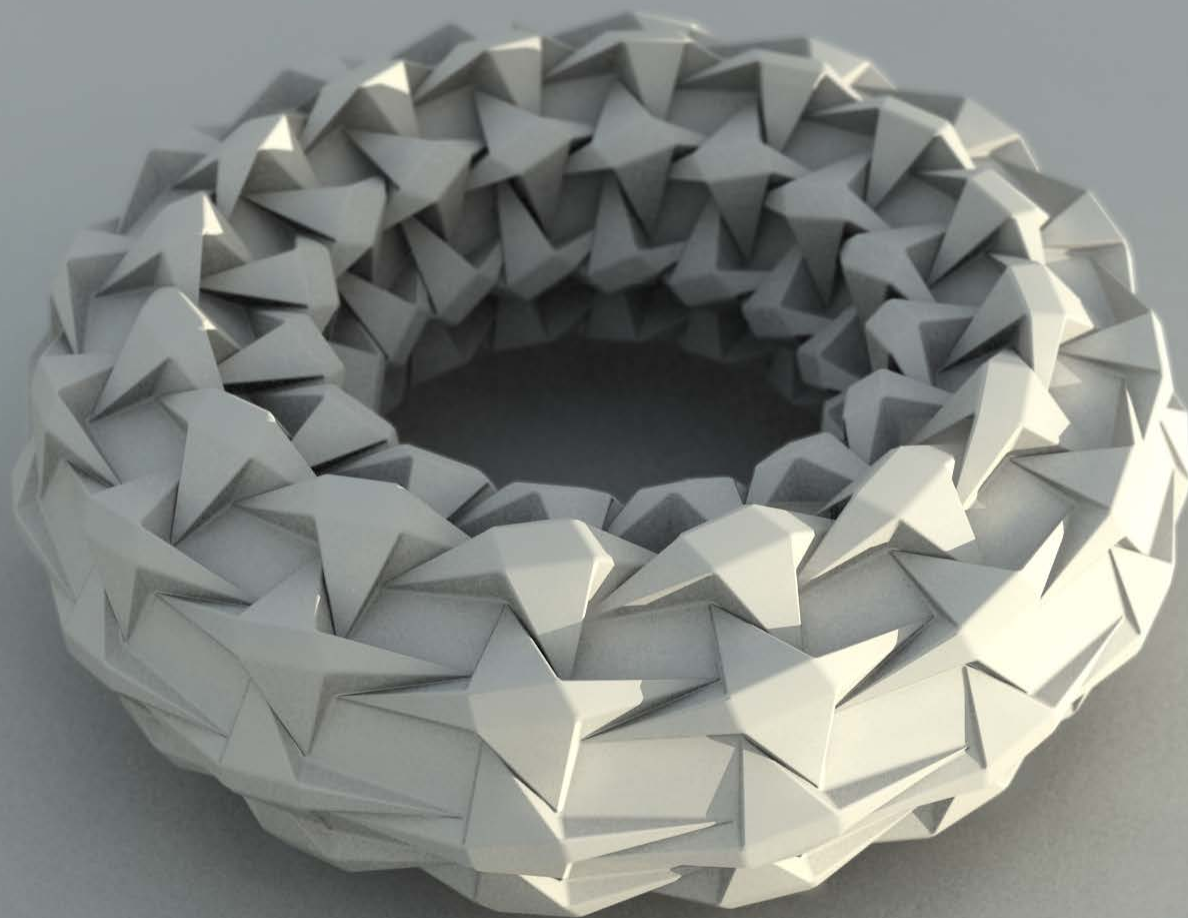
Folding Freeform Tessellation

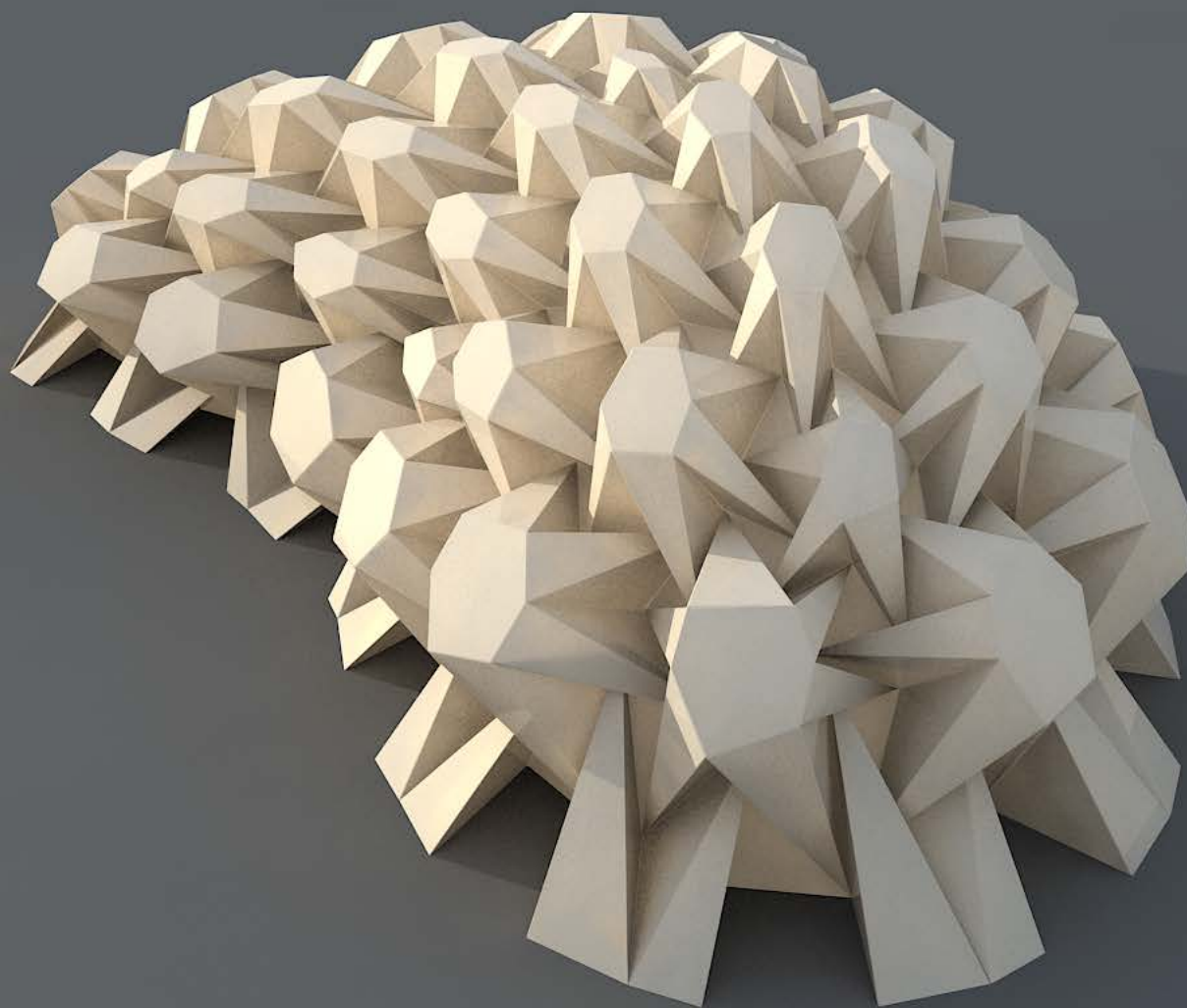
















イベントスペース 第一回企画展

計算するオリガミ

館 知宏 かたちの探索

2015年6月16日④～8月31日④

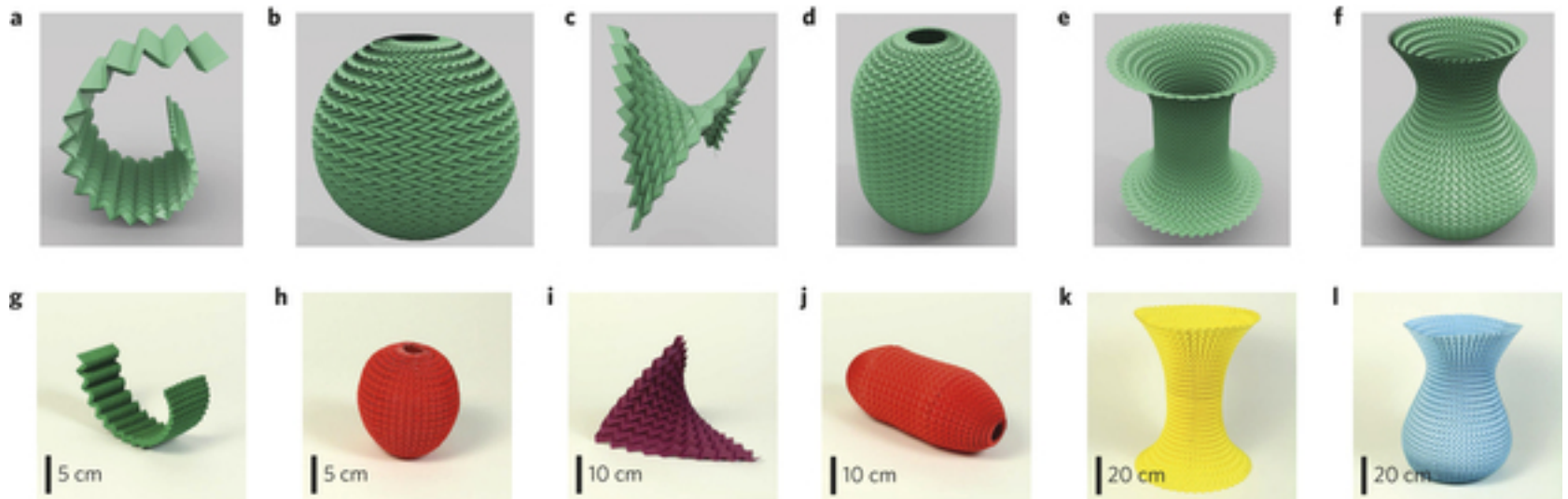
銀座・伊東屋 7F

竹尾見本館 at Itoya イベントスペース



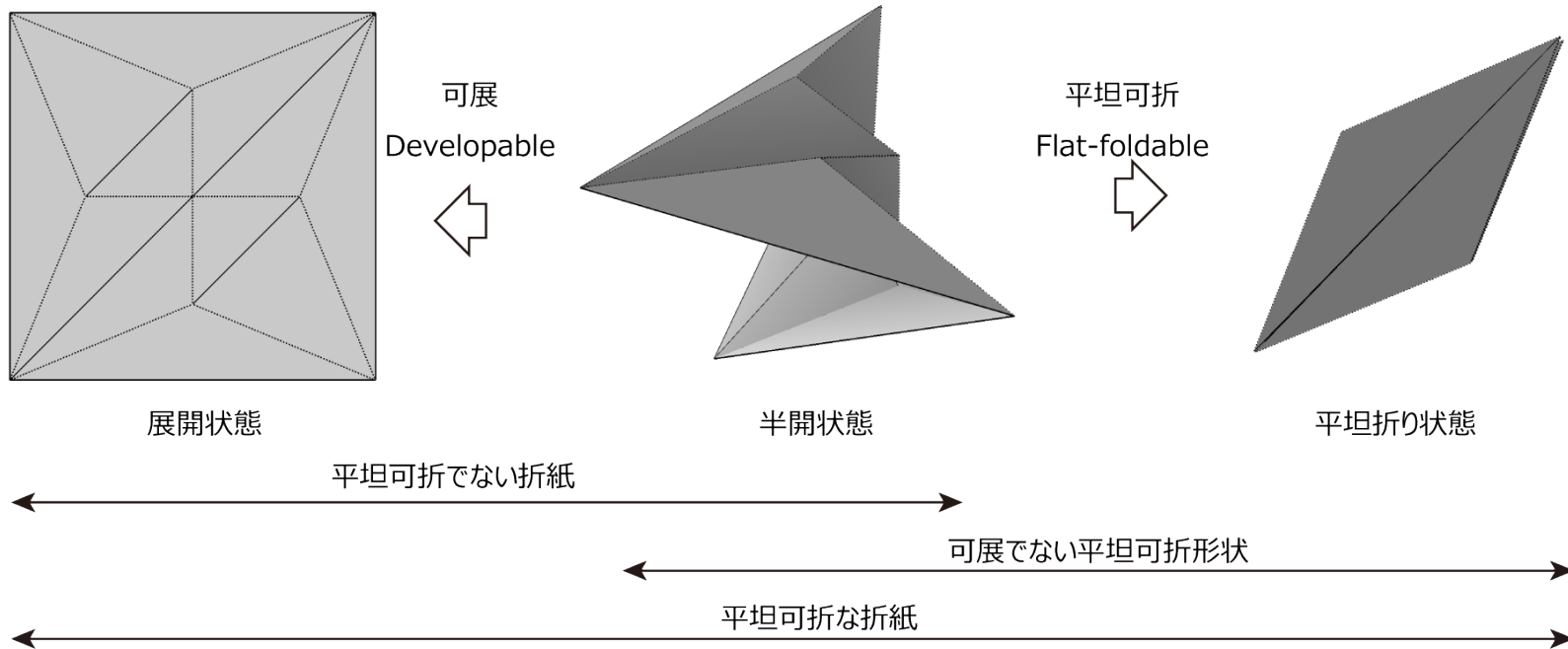
L. Dudte, E. Vouga, T. Tachi, L. Mahadevan,
"Programming curvature using origami tessellations",
Nature Materials, 15, 583–588 (2016)

解析的な曲面に無限に近づけられるか？収束の仕方は？



p. 584, Figure 2 Optimal calculated origami tessellations and their physical paper analogues.

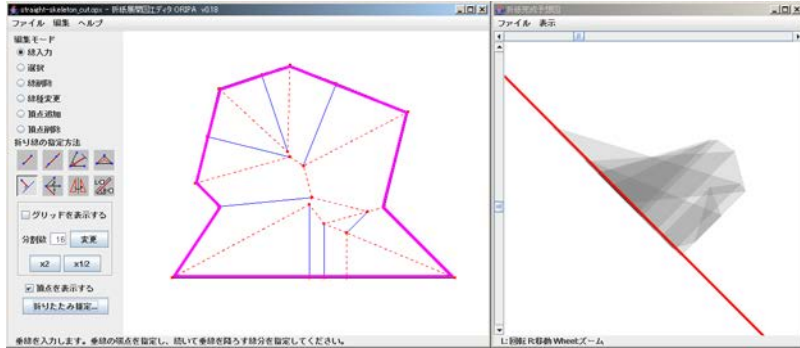
基本：その2 平坦折り畳み



基本その2 平坦折り畳み

- 折り目を平坦に折ると，鏡映反転する
- 点と点を重ねると 垂直二等分線
 - 三点を重ねると外心
- 線と線を重ねると 角の二等分線
 - 三線を重ねると内心

折紙設計 一刀切り



内心の定理を使って三角形の辺を一直線上に折る。(角の二等分線が一点に集まる)

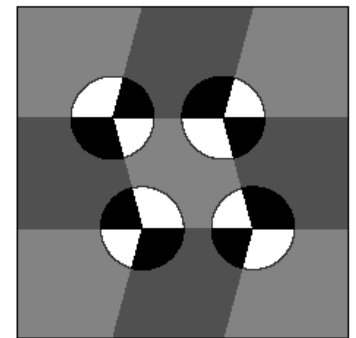
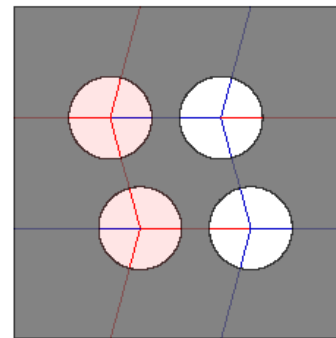
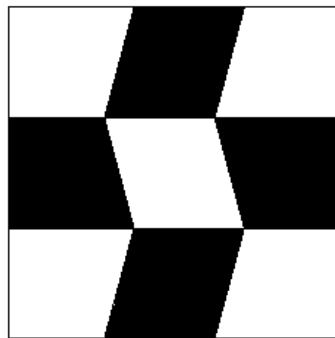
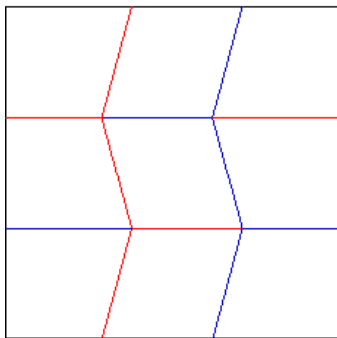
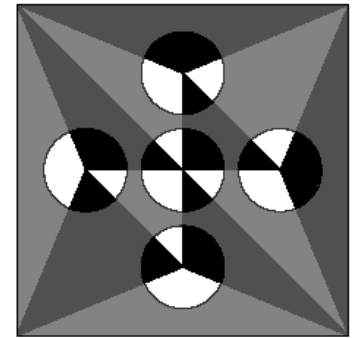
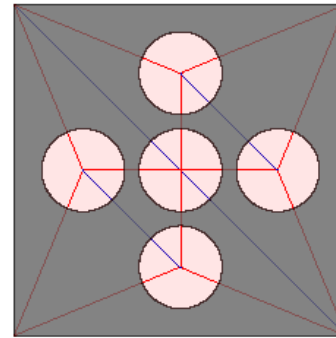
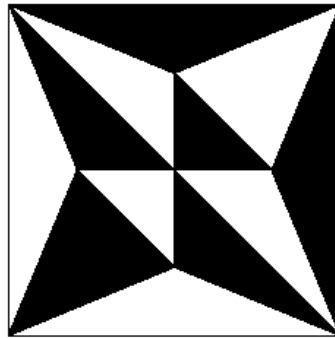
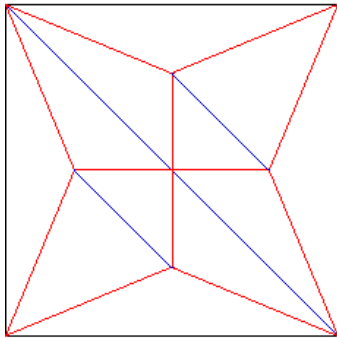
「内心」を「直線骨格」に拡張すると、任意の辺が一直線上に載る

著作権等の都合により、ここに挿入されていた画像を削除しました

Straight Skeleton Method
[E.D. Demaine, M.L. Demaine, and A. Lubiw,
"Folding and Cutting Paper," Proc. Revised Papers from the Japan Conf. Discrete and Computational Geometry (JCDCG '98), pp. 104-117, 1998: p. 3, Fig. 3]

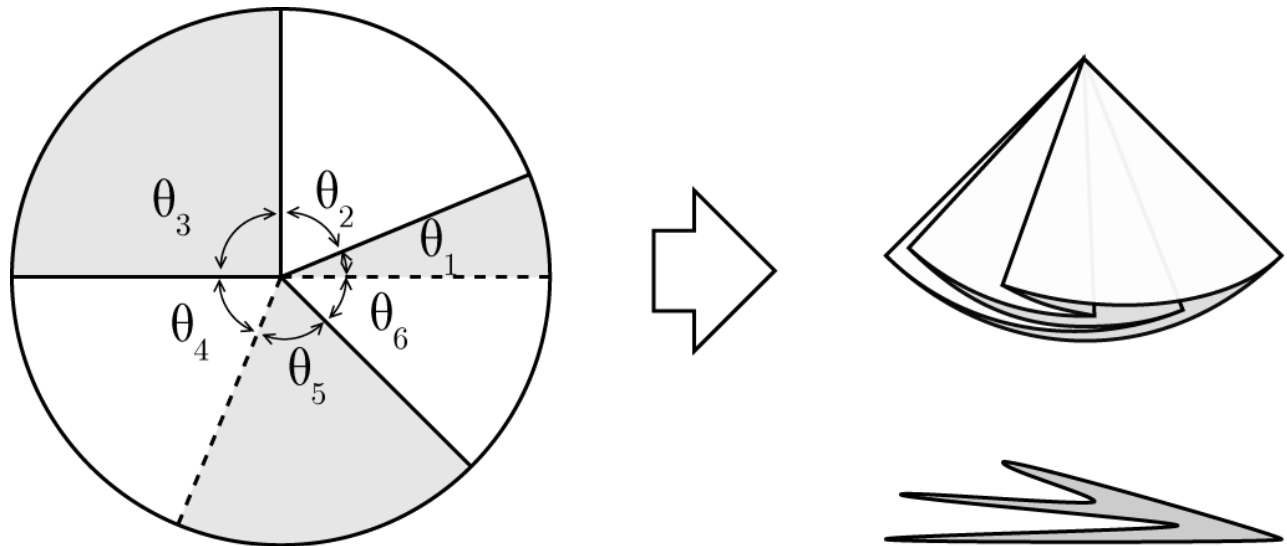
紙を適当に折り畳んで開く

- 2色で塗り分けられる



紙を適当に折り畳んでひらく

- 折り角を一つおきに足すと 180° (川崎定理)

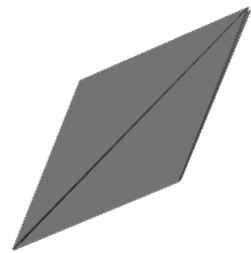
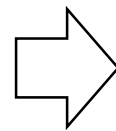
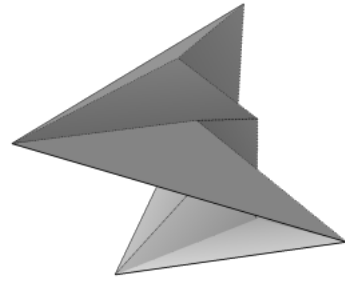
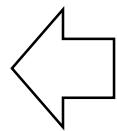
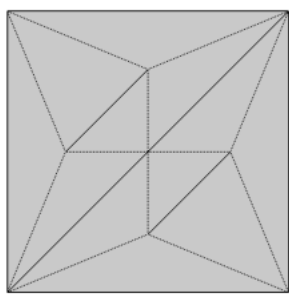


可展条件と平坦可折条件

展開

半開

平坦折り

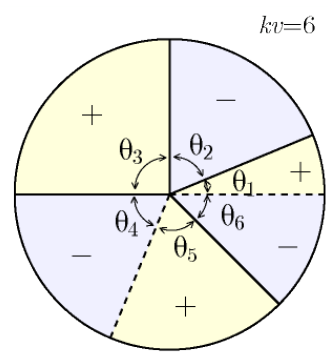
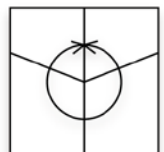
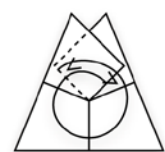
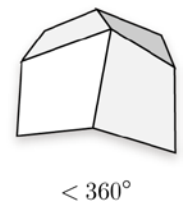
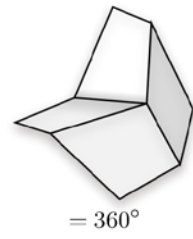
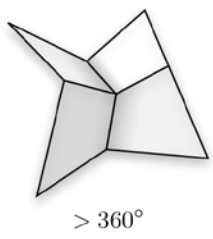


可展

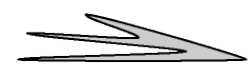
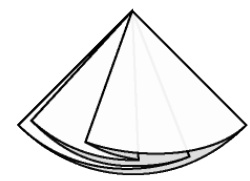
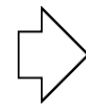
平坦可折

$$\mathbf{g}_v = 360^\circ - \sum_{i=0}^{kv} \theta_i = 0$$

$$\mathbf{f}_v = \sum_{i=0}^{kv} \text{sgn}(i) \theta_i = 0$$



Kawasaki's Theorem



変数と条件

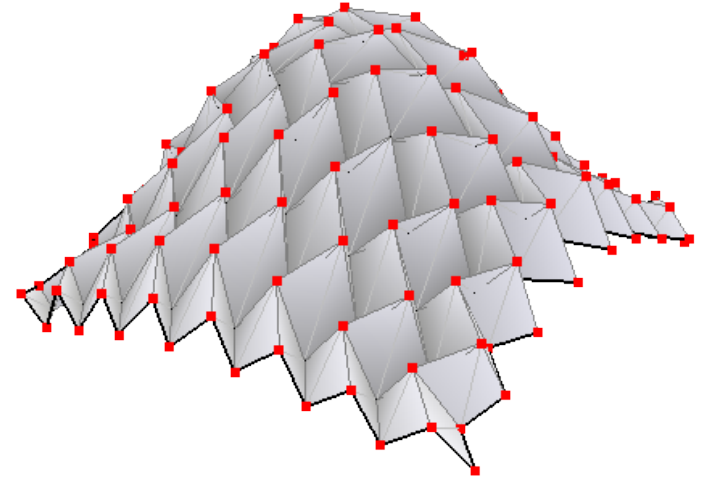
- 変数 ($3N_v$ 個)
 - 座標値 $\mathbf{X}$
- 条件 ($2N_{v_in}$ 個)
 - 可展

$$\mathbf{g}_v = 2\pi - \sum_{i=0}^{kv} \theta_i = 0$$

- 平坦可折

$$\mathbf{f}_v = \sum_{i=0}^{kv} \text{sgn}(i) \theta_i = 0$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ \vdots \\ M \\ \vdots \\ x_{N_v} \\ y_{N_v} \\ z_{N_v} \end{bmatrix}$$



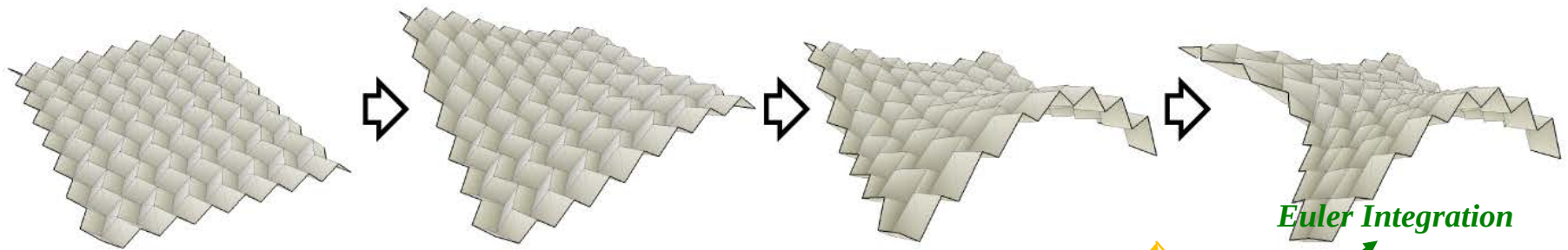
まだ変数のほうが条件よりも多い連立方程式
→ 解が無限に存在する(多次元の解空間)

解から別の解を導く

$$\mathbf{C}\Delta\mathbf{X}^i = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{X}^i)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{X}^i)}{\partial z_V} \\ \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{X}^i)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{X}^i)}{\partial z_V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \vdots \\ \Delta z_V \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

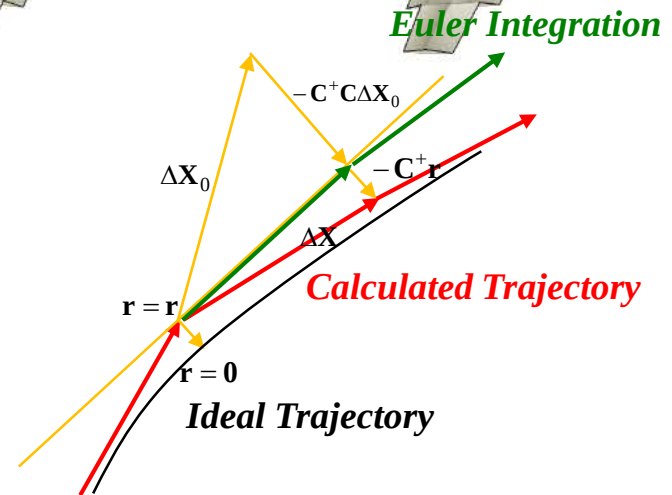
となる変位 $\Delta\mathbf{X}_i$ を求めて、
解のバリエーションを出す

$$\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_i + \Delta\mathbf{X}_i$$



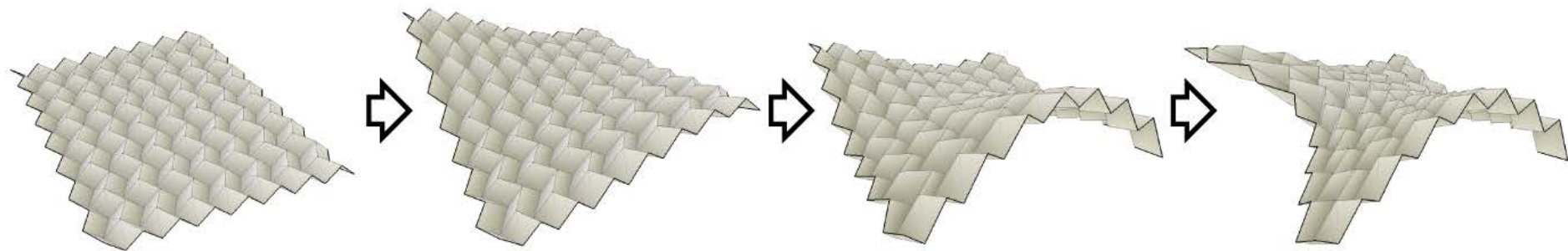
ちなみに、

$$\Delta\mathbf{X} = -\mathbf{C}^+ \mathbf{r} + (\mathbf{I}_{3N_v} - \mathbf{C}^+ \mathbf{C}) \Delta\mathbf{X}_0$$



解の探索

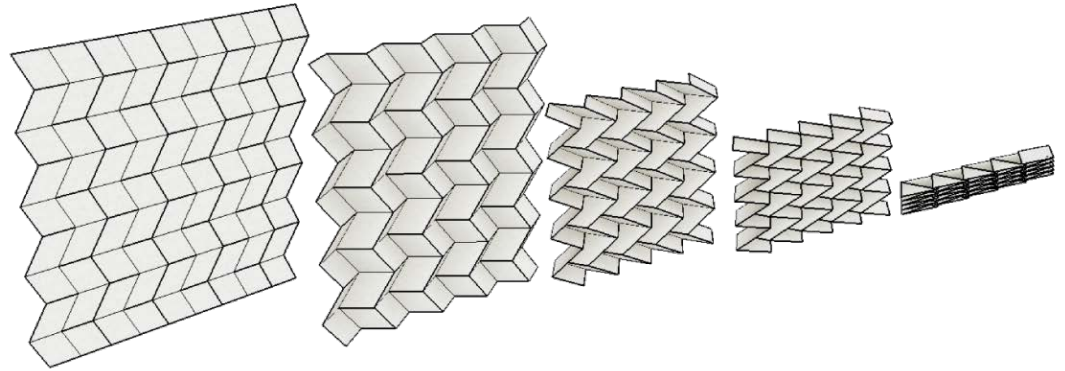
1. 初期解を得る
(既に知っているパターンなど)
2. 初期解からスタートし、
少しずつバリエーションを得る (このとき幾何拘束に沿う)



Interactive Approach to Design

初期パターン1：ミウラ折り Miura-ori

- 平面の座屈パターン



- 性質

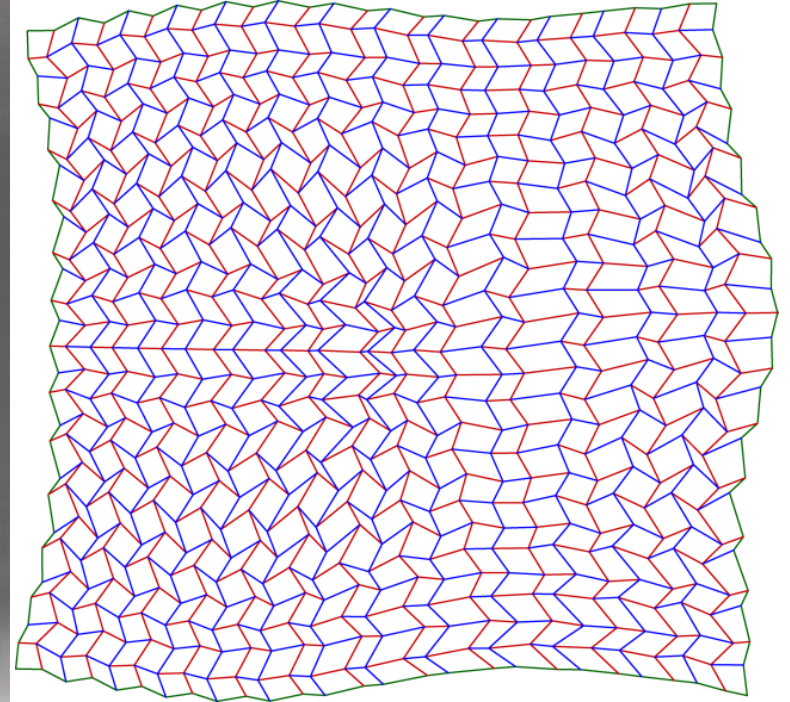
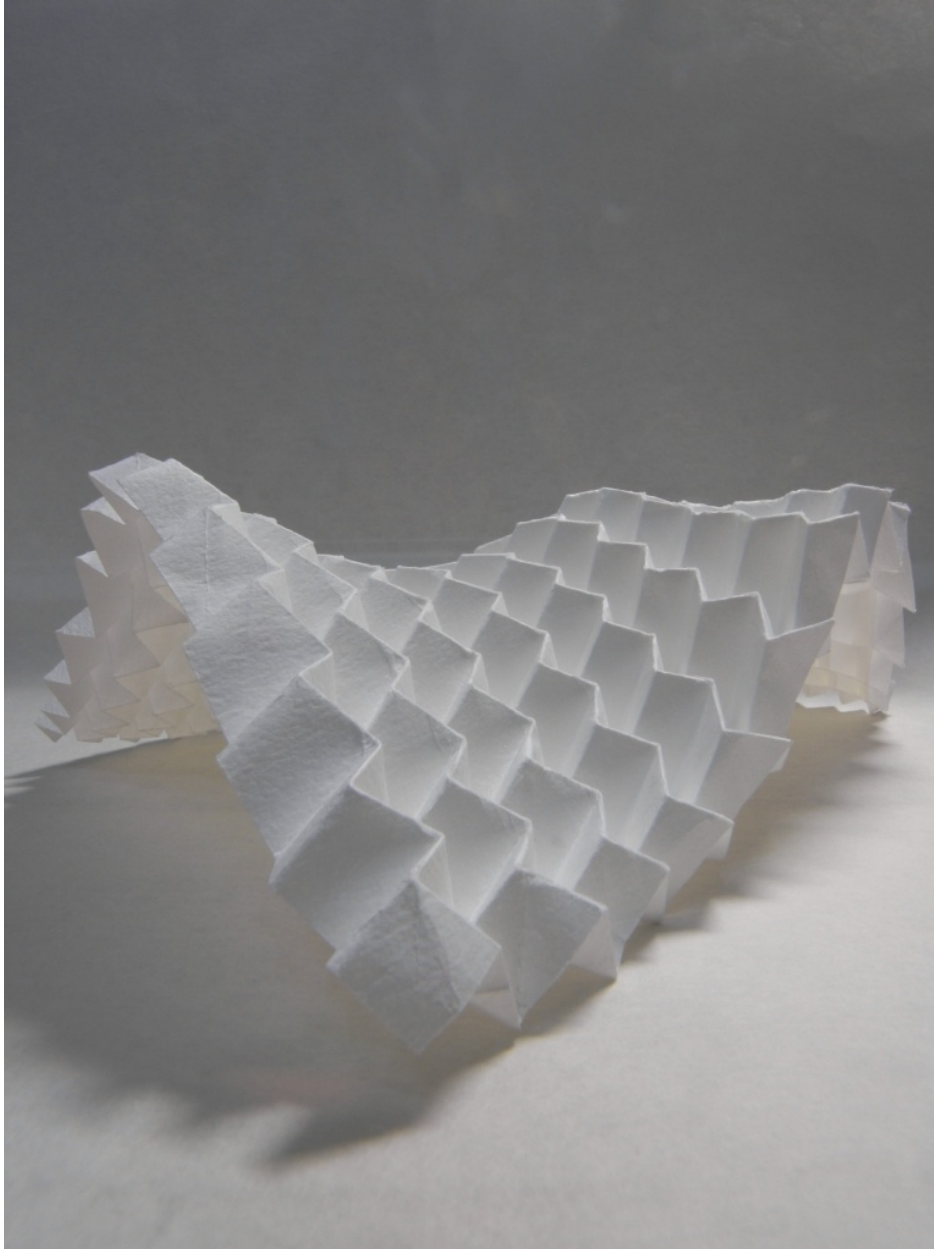
- 可展
- 平坦可折

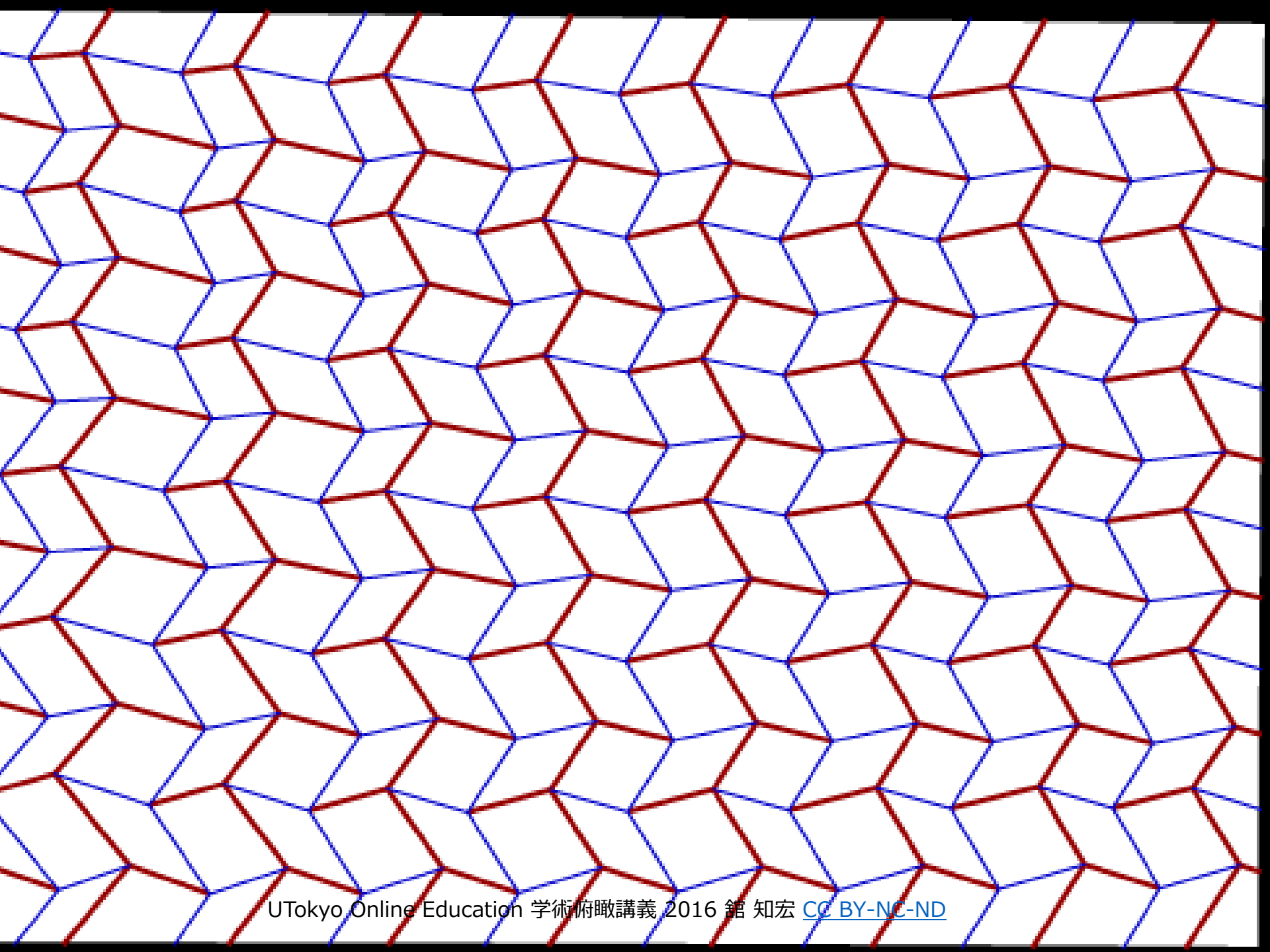


提供：宇宙航空研究開発機構 (JAXA)

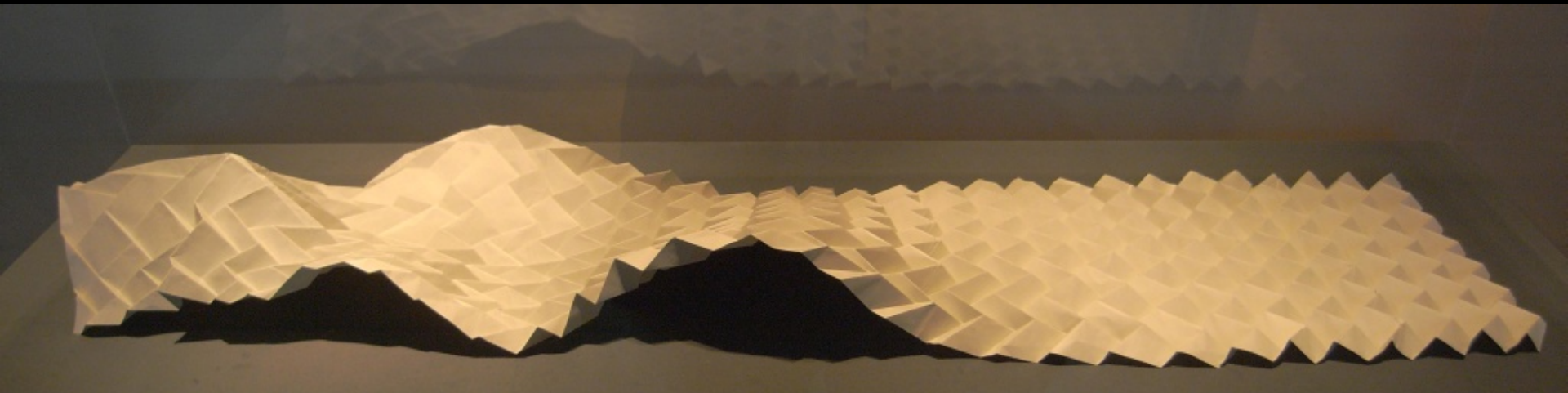
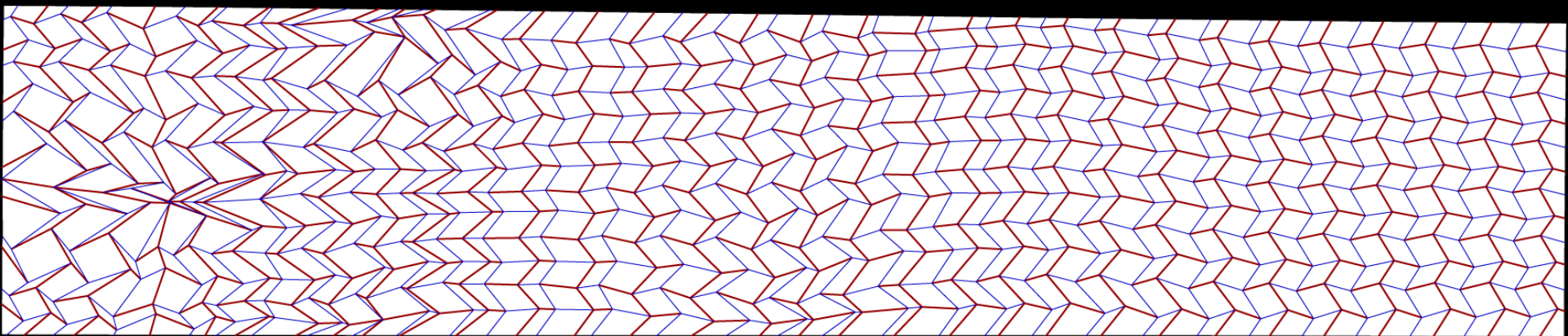
ミウラ折りを使った展開できる
太陽電池パネル

自由曲面化したミウラ折り



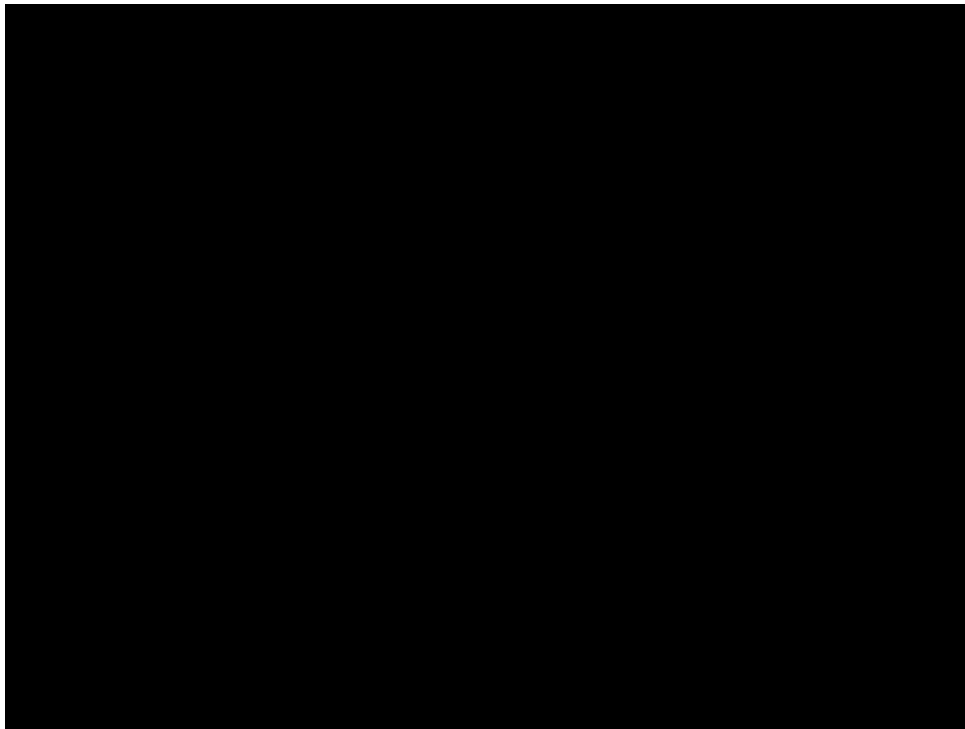


Origami Metamorphose



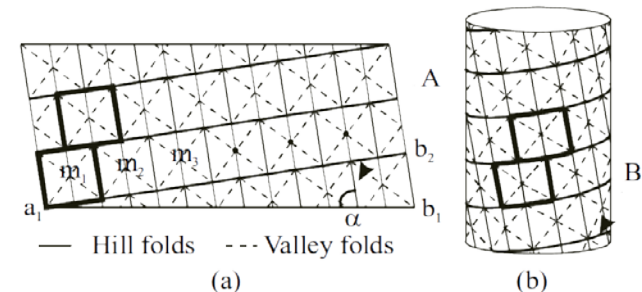
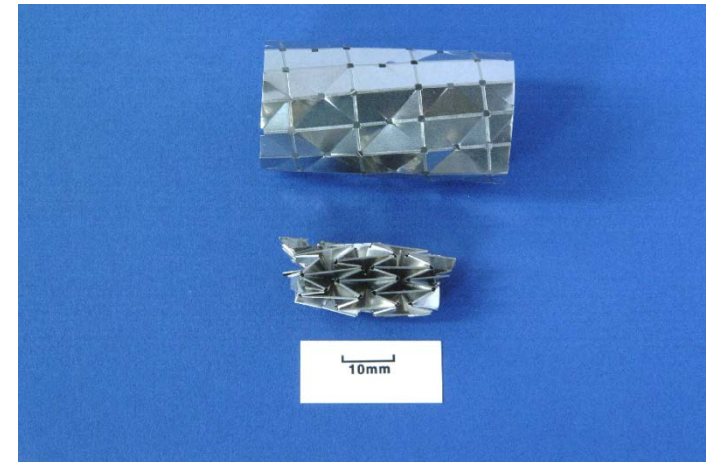
初期パターン2：風船基本形テセレーション Waterbomb Tessellation

- 藤本修三 『なまこ』



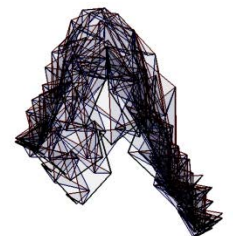
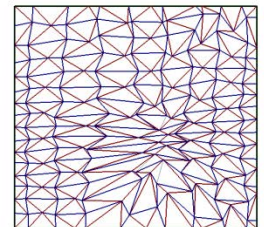
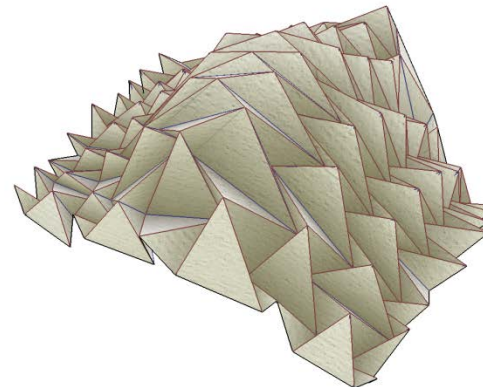
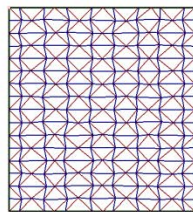
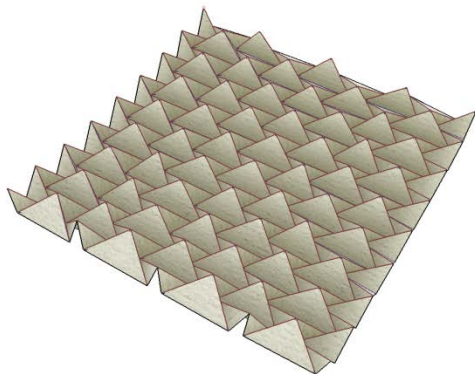
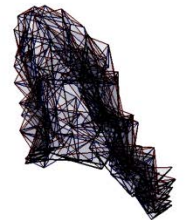
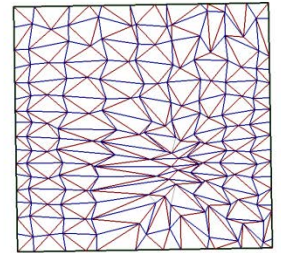
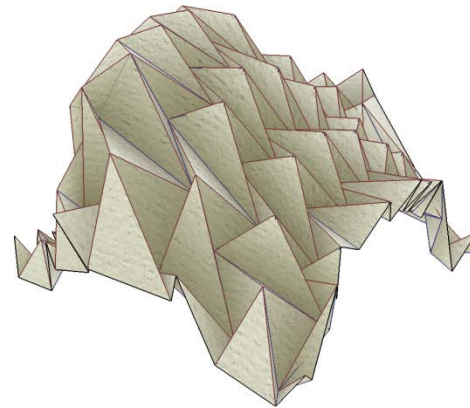
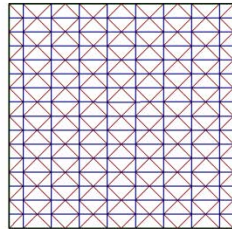
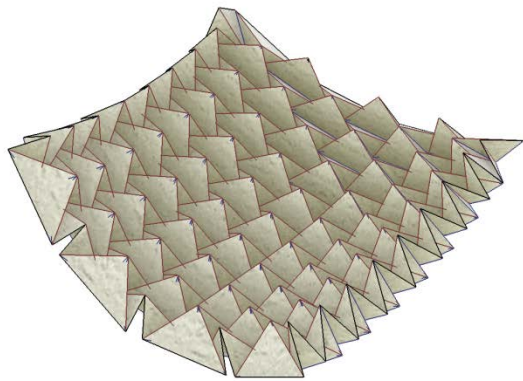
S. Mabona “Fugu”

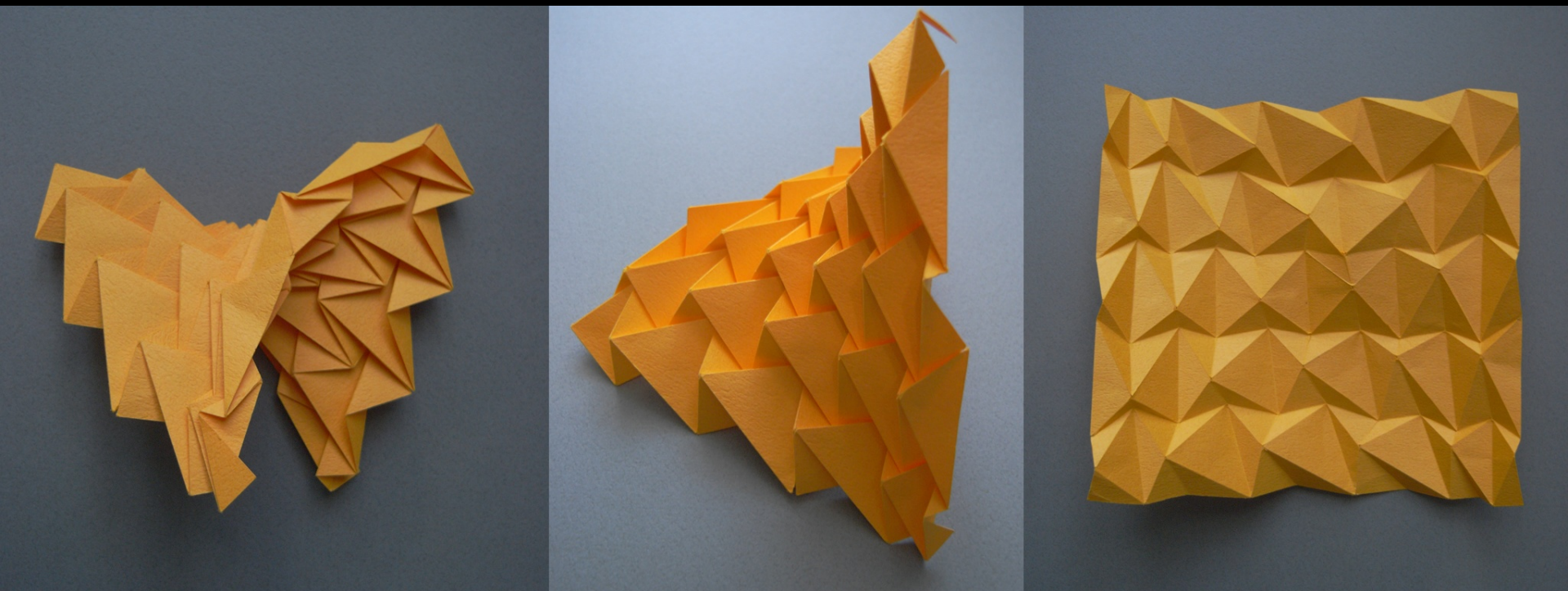
K. Kuribayashi,
A Novel Foldable Stent Graft (2004)
p. 119, Figure 6.5
p. 84, Figure 4.1 (a)(b);

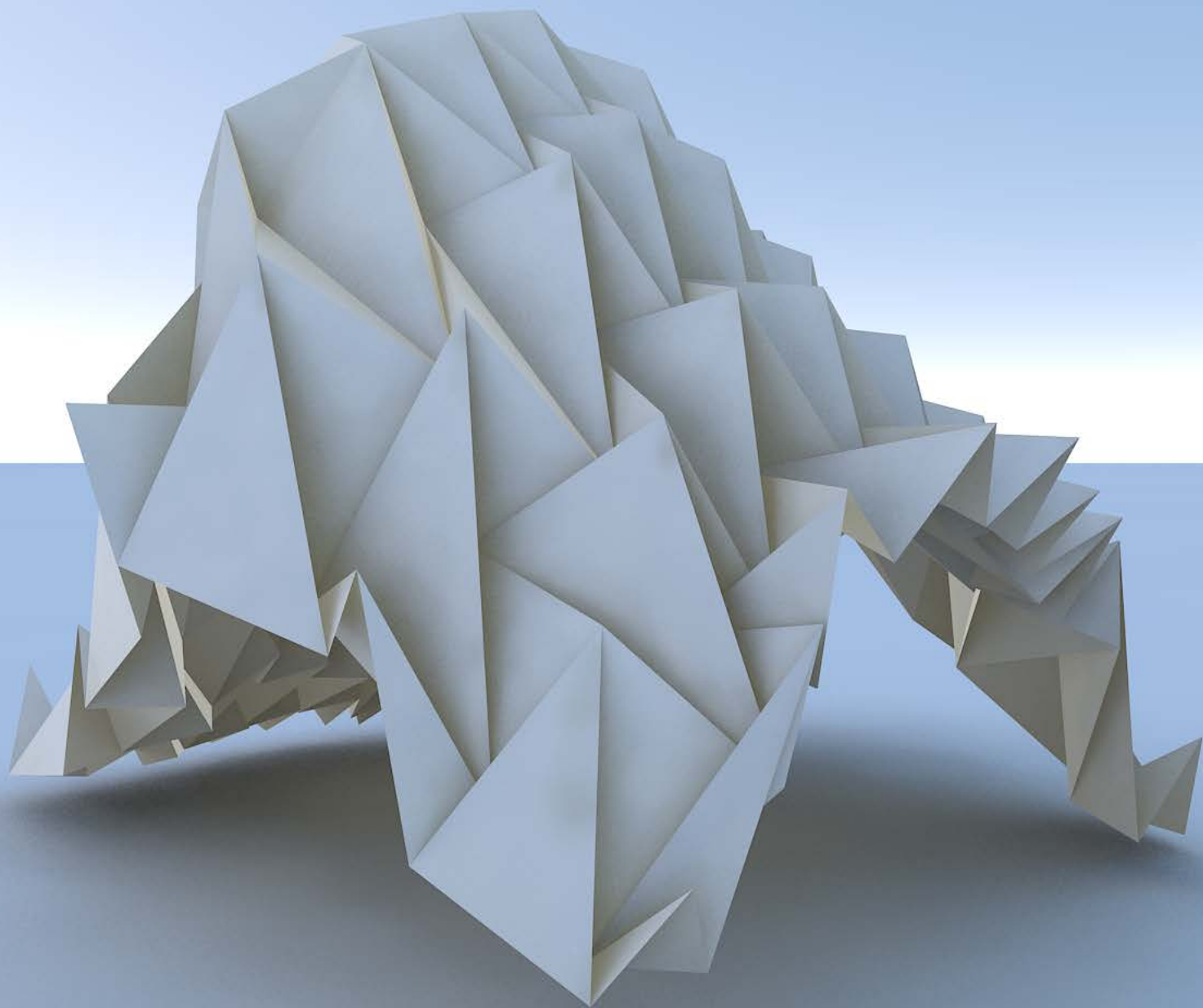


Kuribayashi & You 2006

自由曲面化した風船基本形テセレーション





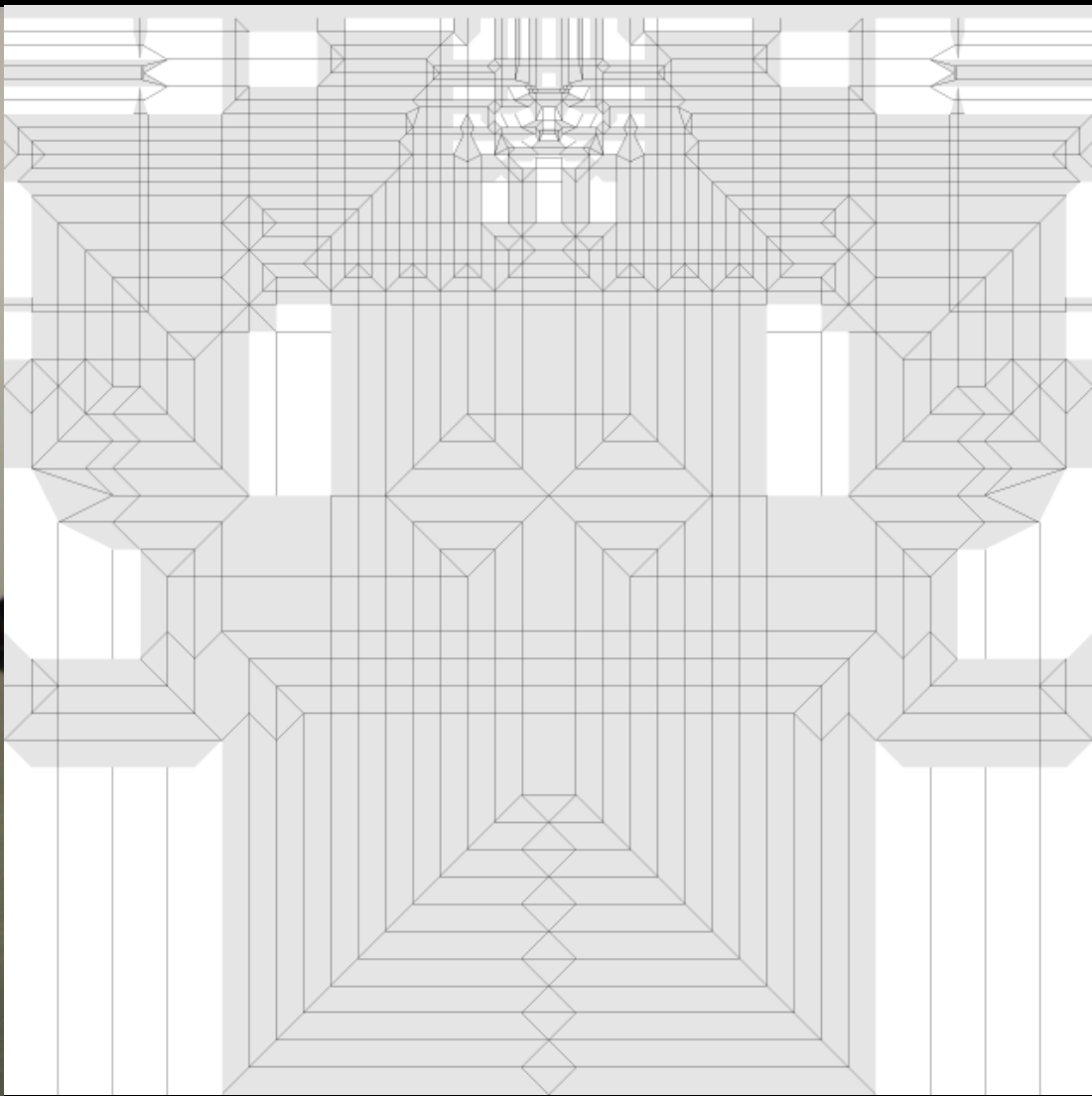


Origamizer 折紙化

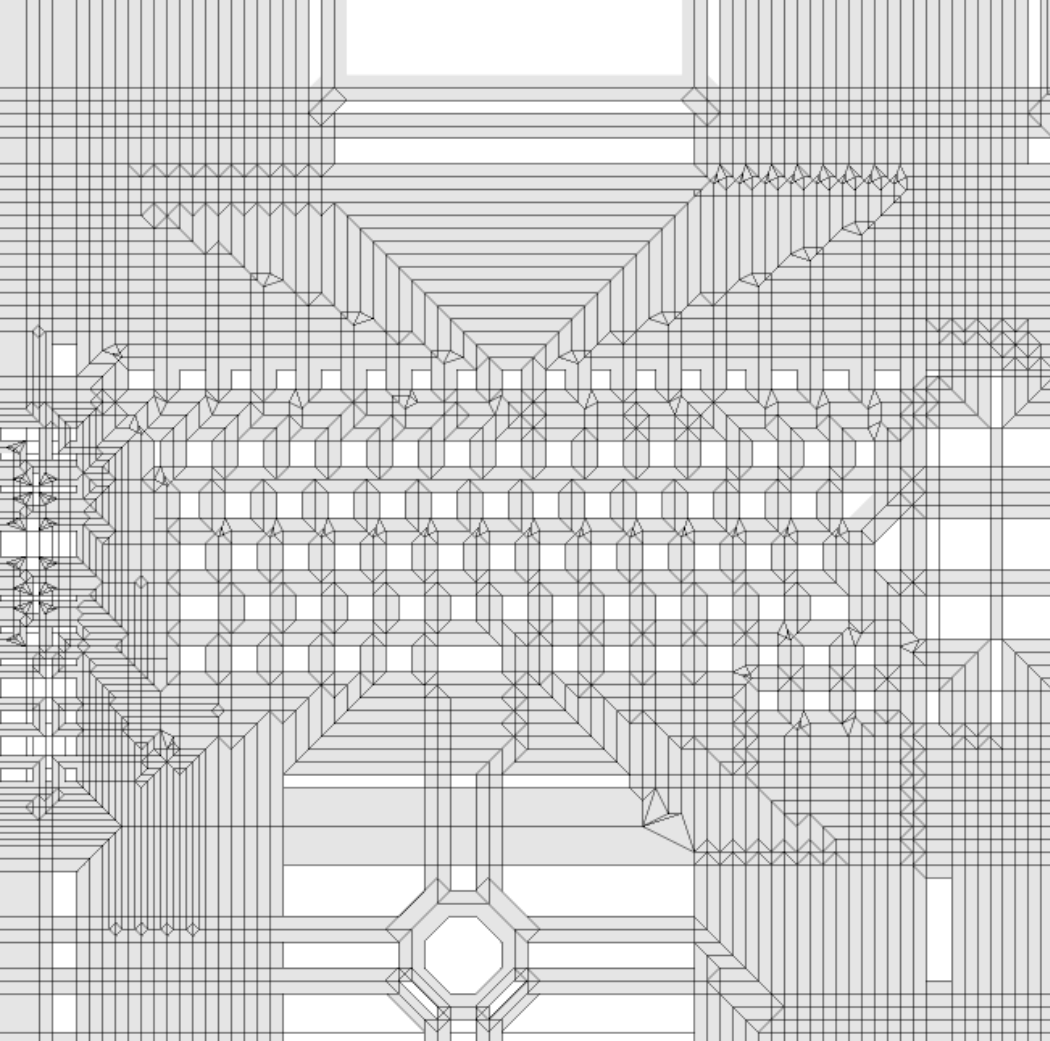
どんな形でも作れるか？

`www.tsg.ne.jp/TT/software`

"Construction of 3D Origami Design System"
Tomohiro Tachi 2007, Supported by IPA ESPer

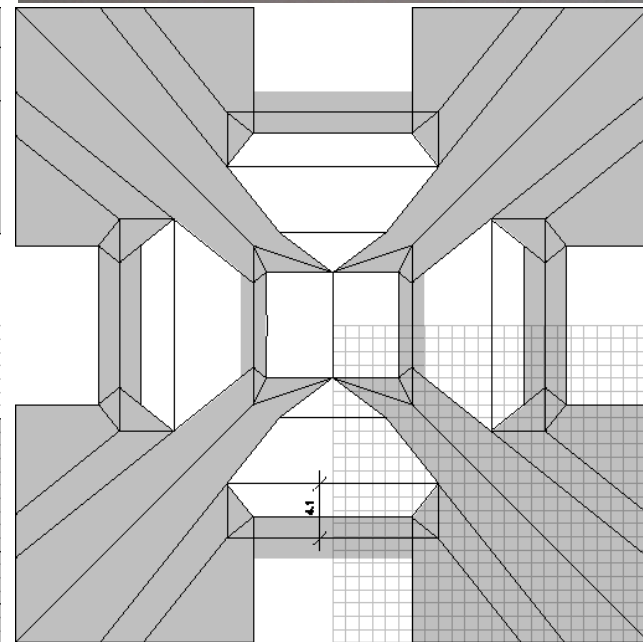
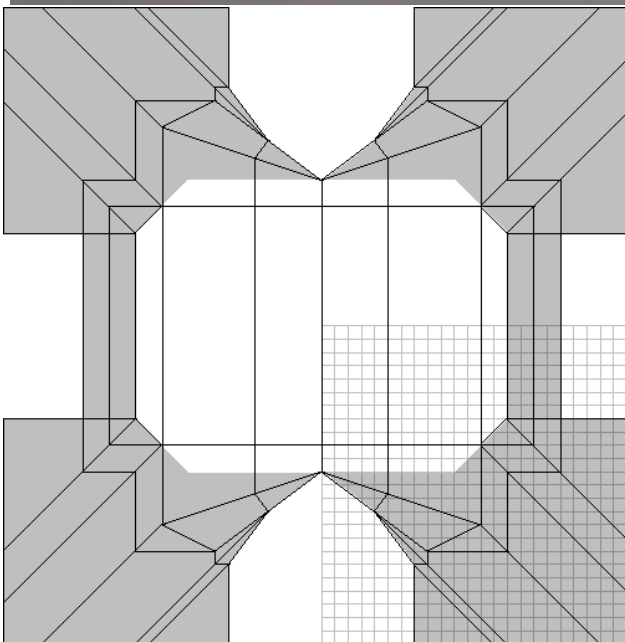
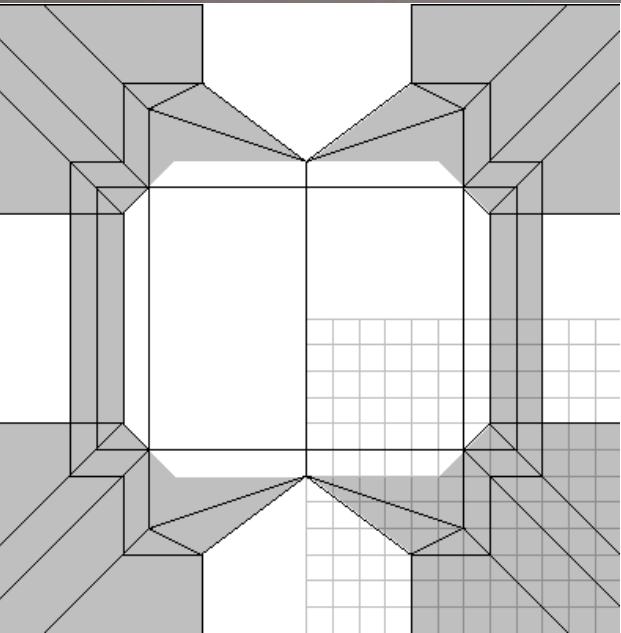
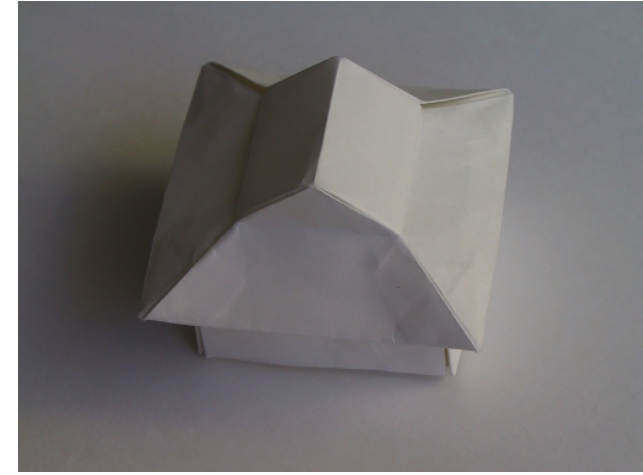
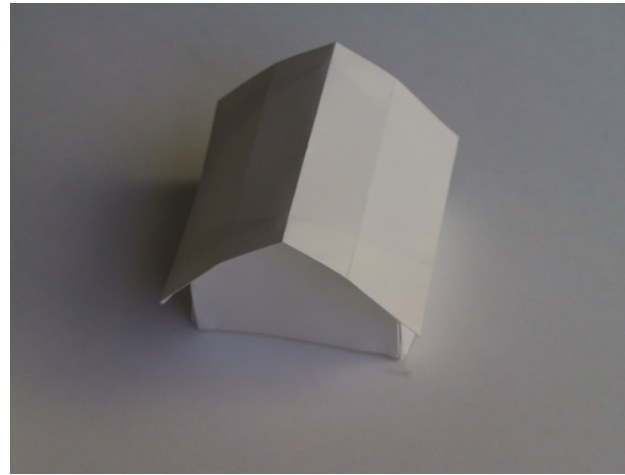
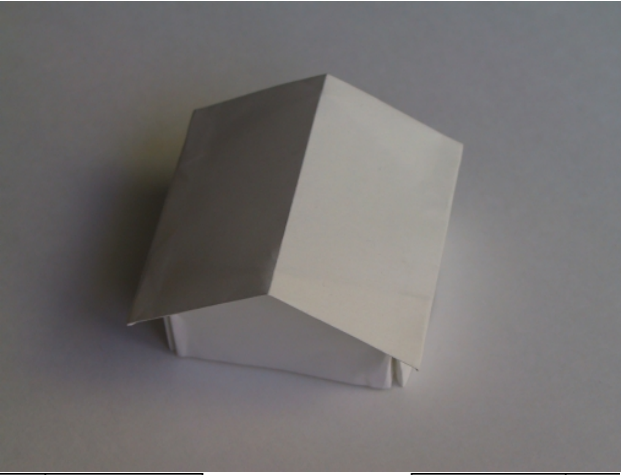


三次元折紙



三次元折紙

Roofs 2003

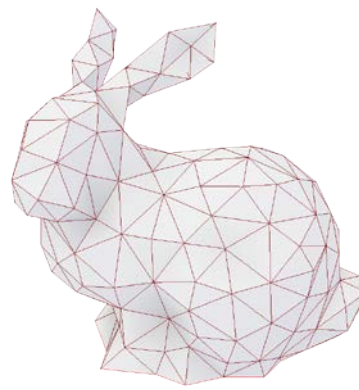


どんなものでも作れそう！

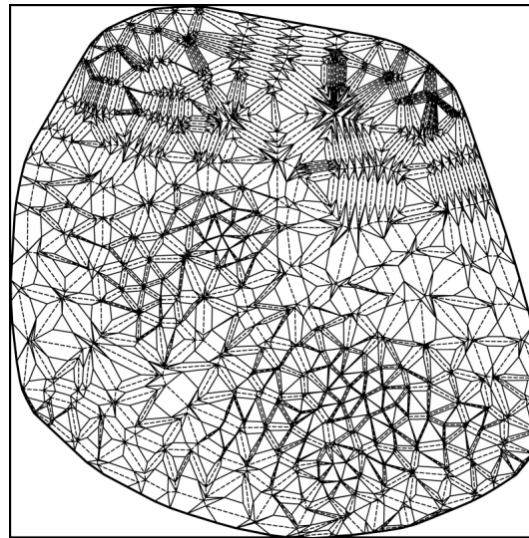
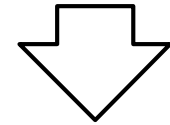


オリガマイザ

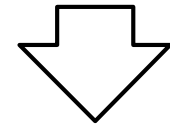
- 任意の多面体を折紙化 (Origamize) する



Input:
任意の多面体メッシュ



Output:
展開図

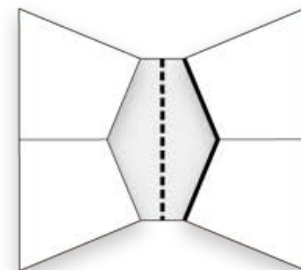
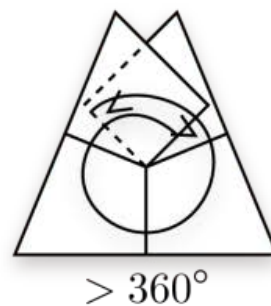
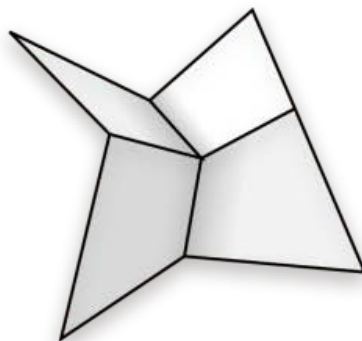
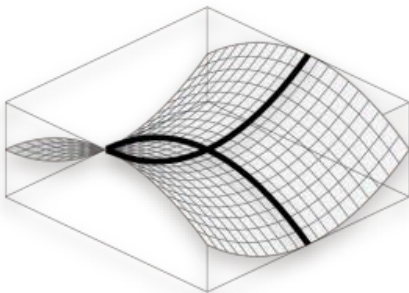


折った形状

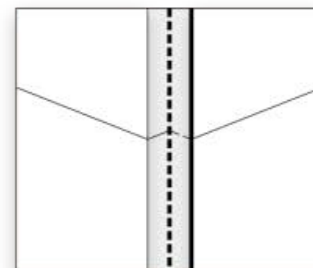
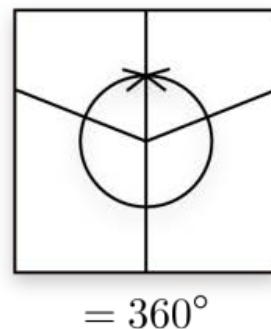
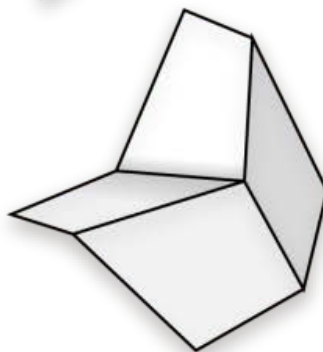
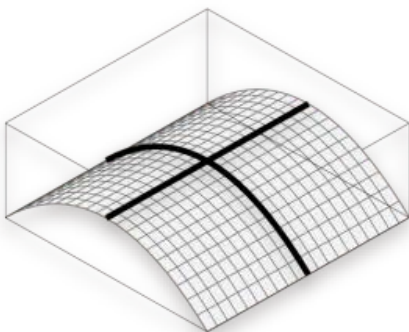


考え方：ヒダ構造を作る

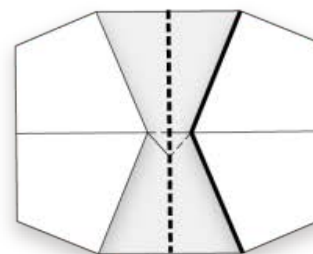
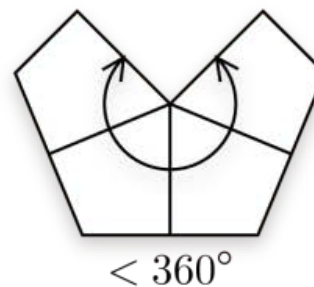
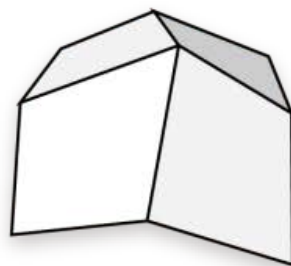
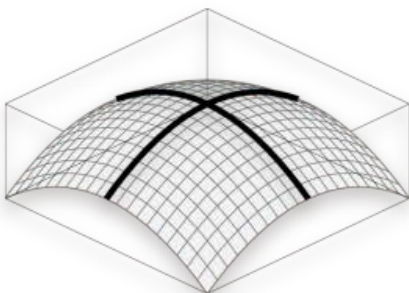
ガウス曲率
 < 0



ガウス曲率
 $= 0$



ガウス曲率
 > 0



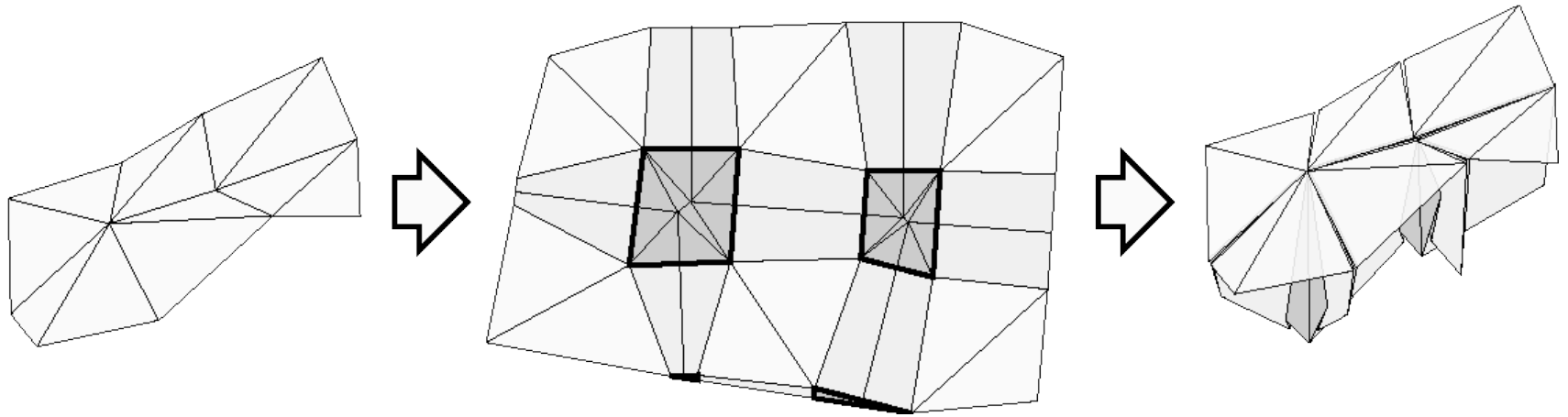
(a) 曲面

(b) 折れ面

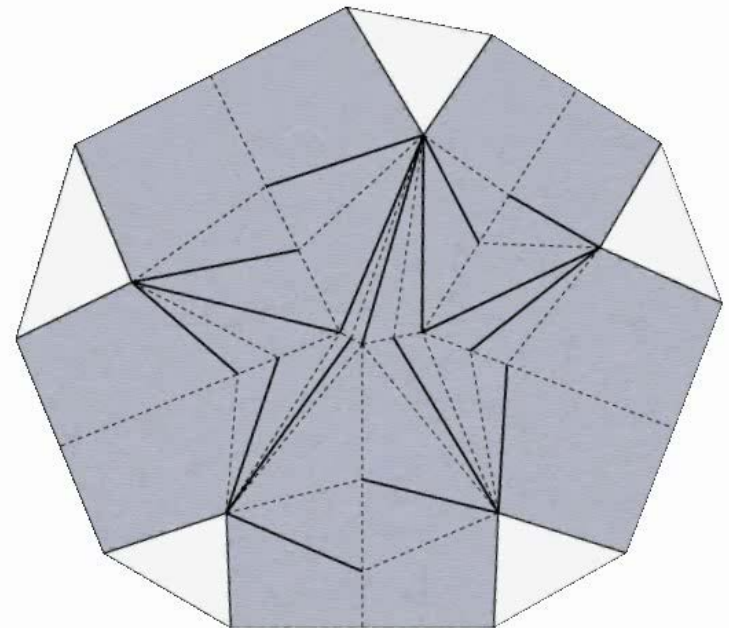
(c) 一周の角度

(d) 襷

考え方：ヒダ構造を作る



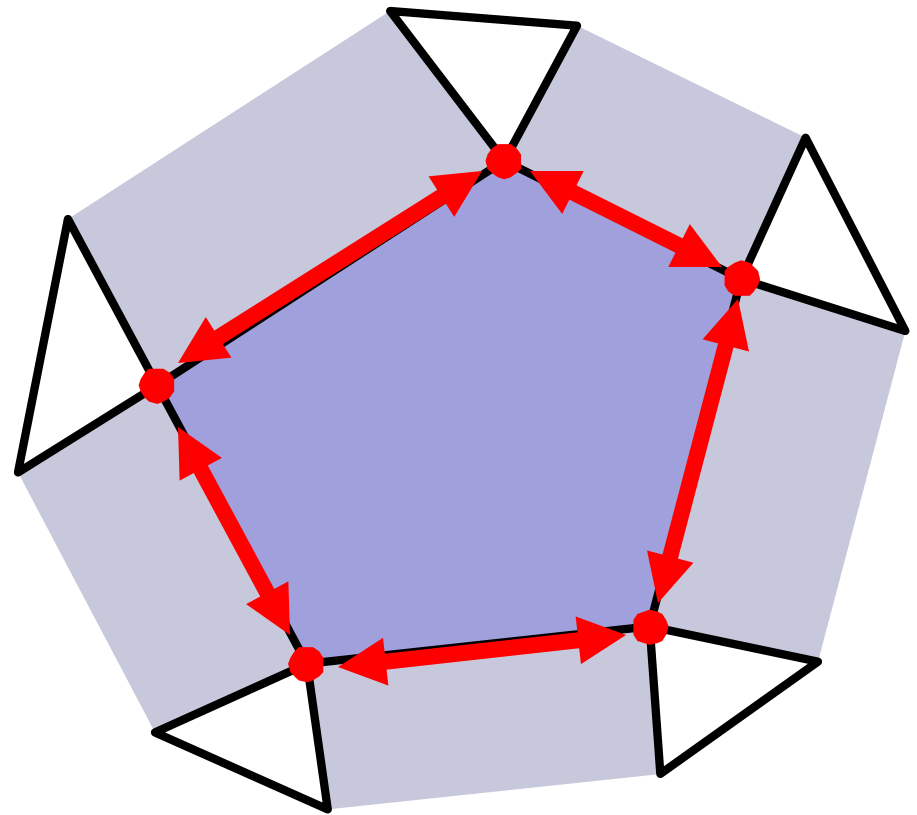
- ヒダを広げると平面になる
- ヒダを折ると平らになって後ろに隠れる
- 重要な点：鞍型の頂点が作れる



ボロノイ(Voronoi) 折り n個の点を1点に合わせる

頂点を母点とした,
ボロノイ図を描く

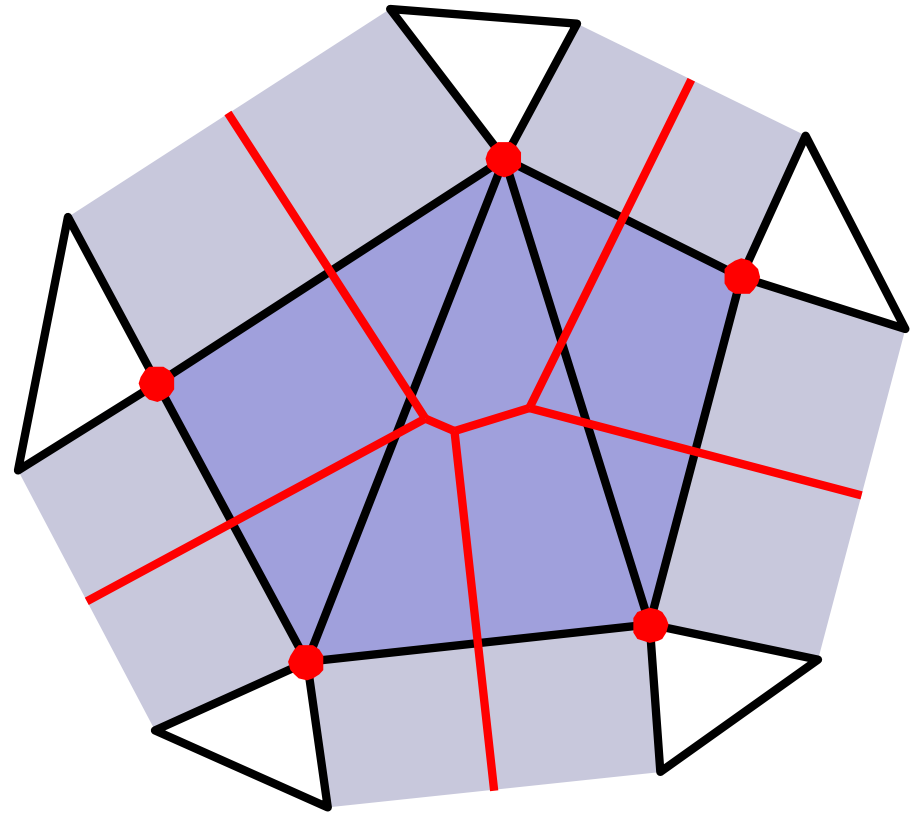
ボロノイ図は, 母点
の支配領域を示す
図で, 節点は外心
の一般化である



ボロノイ(Voronoi) 折り n個の点を1点に合わせる

頂点を母点とした,
ボロノイ図を描く

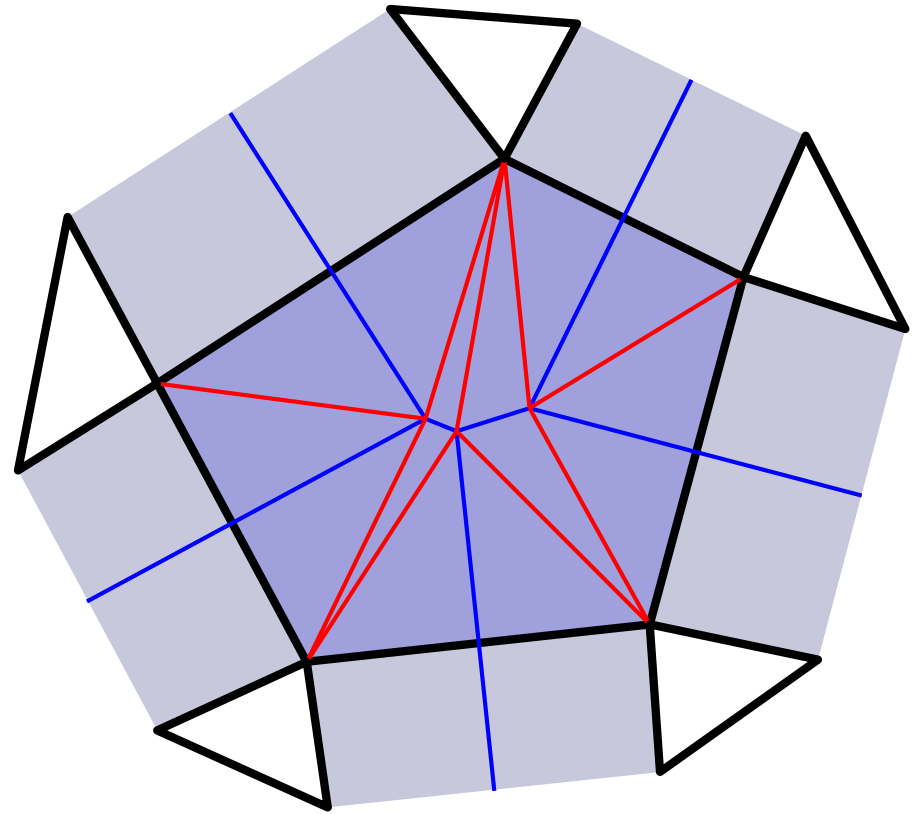
ボロノイ図は, 母点
の支配領域を示す
図で, 節点は外心
の一般化である



ボロノイ(Voronoi) 折り n個の点を1点に合わせる

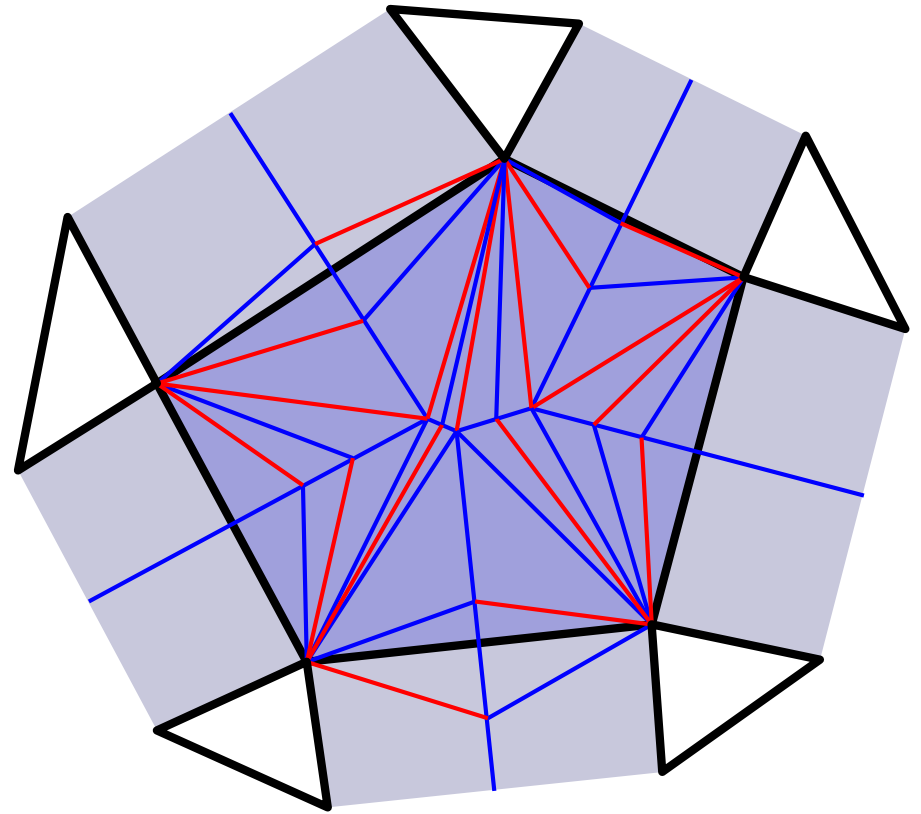
頂点を母点とした,
ボロノイ図を描く

ボロノイ図は, 母点
の支配領域を示す
図で, 節点は外心
の一般化である



ボロノイ (Voronoi) 折り n個の点を1点に合わせる

最後に、段折りの
線を計算するとで
きあがり



解くべき変数の定義

表面の多角形をばらばらに配置する問題

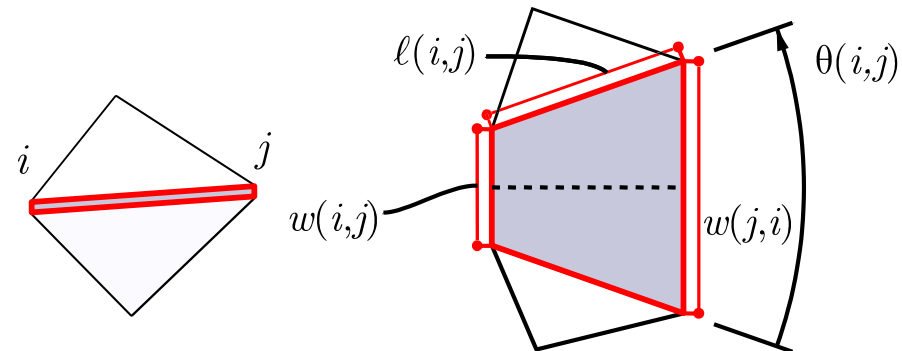
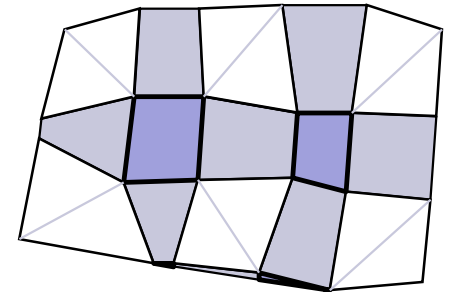
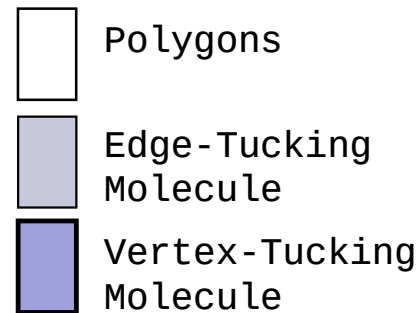
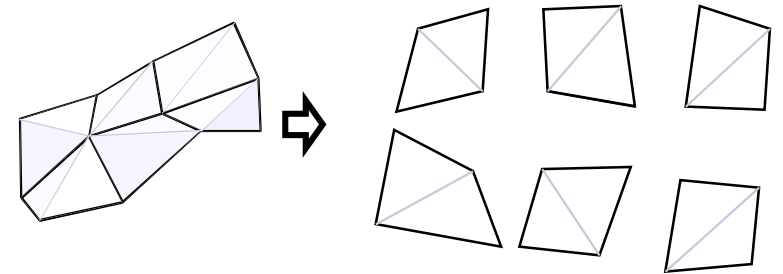


隙間に埋まるヒダ構造の寸法を決定する問題

- 角度 $\theta(i, j)$
- 距離 $w(i, j)$

$$\theta(j, i) = -\theta(i, j)$$

$$w(j, i) = w(i, j) + 2\lambda(i, j) \sin(0.5\theta(i, j))$$



条件式：等式

$$\sum_{n=0}^{N-1} \theta(i, j_n) = 2\pi - \sum_{n=0}^{N-1} \alpha(i, j_n) \quad \text{L (1)}$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} w(i, j_n) \begin{bmatrix} \cos\left(\sum_{m=1}^n \Theta_m\right) \\ \sin\left(\sum_{m=1}^n \Theta_m\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{L (2)}$$

$$\text{where } \Theta_m = \frac{1}{2}\theta(i, j_{m-1}) + \alpha(i, j_m) + \frac{1}{2}\theta(i, j_m)$$

Two-Step Linear Mapping

1. Mapping based on (1) (linear)

$$\mathbf{C}_w \mathbf{w} = \mathbf{b}$$

2. Mapping based on (2) (linear)

$$\mathbf{w} = \mathbf{C}_w^+ \mathbf{b} + \left(\mathbf{I}_{N_{edge}} - \mathbf{C}_w^+ \mathbf{C}_w \right) \mathbf{w}_0 \quad \text{where } \mathbf{C}_w^+ \text{ is the generalized inverse of } \mathbf{C}_w$$

If the matrix is full-rank, $\mathbf{C}_w^+ = \mathbf{C}_w^T (\mathbf{C}_w \mathbf{C}_w^T)^{-1}$

gives $(N_{edge} - 2N_{vert})$ dimensional solution space

(within the space, we solve the inequalities)

条件式：不等式

- 2D Cond.

- Convex Paper $\theta(i,o) \geq \pi$
 $w(i,o) \geq 0$

- Non-intersection
 $-\pi < \theta(i,j) < \pi$
 $\min(w(i,j), w(j,i)) \geq 0$

- Crease pattern non-intersection $0 \leq \Theta_m < \pi$

$$\phi(i,j) \leq \arctan \frac{2l(i,j) \cos \frac{1}{2} \theta(i,j)}{w(i,j) + w(j,i)} + 0.5\pi$$

- 3D Cond.

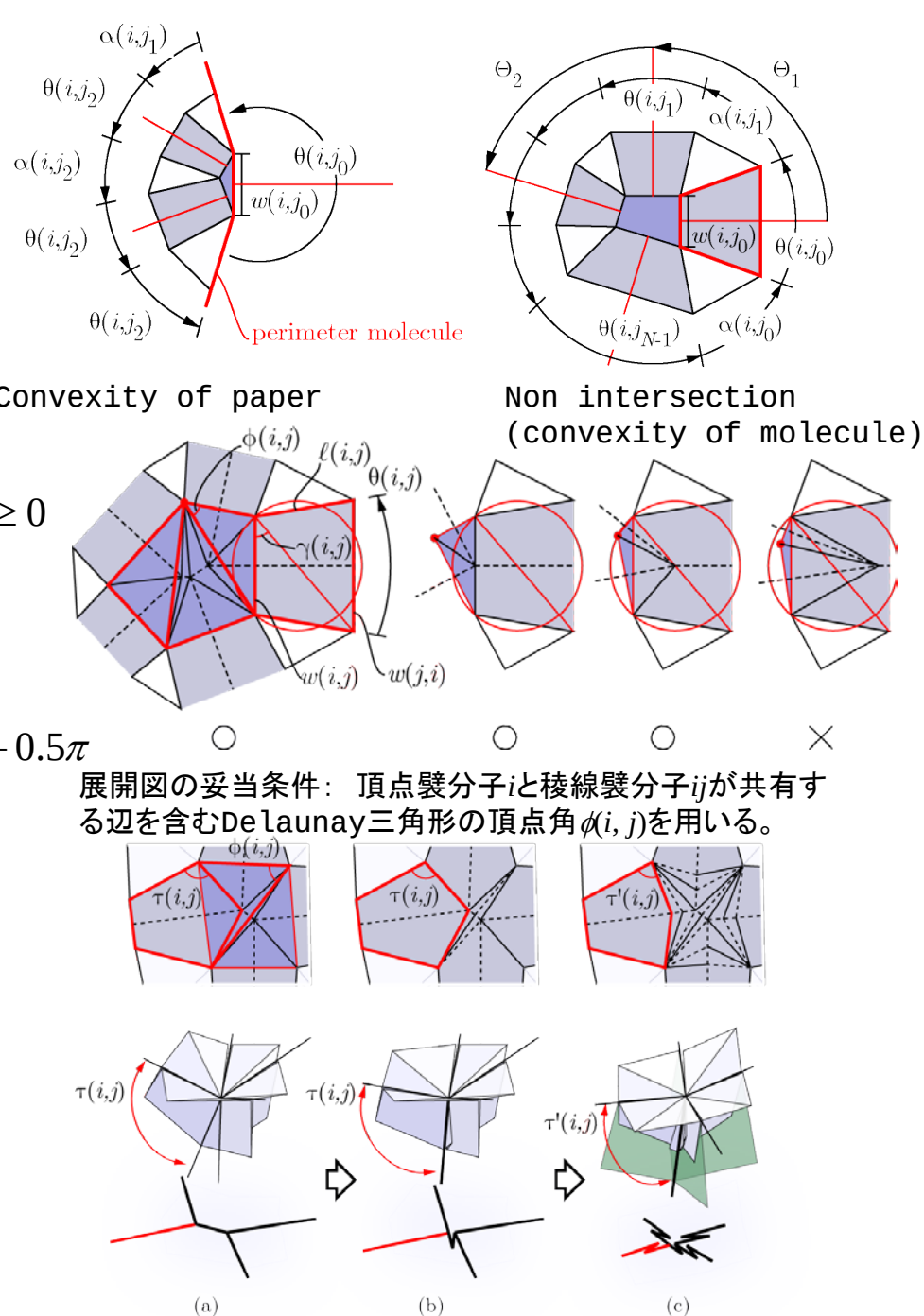
for tuck proxy angle $\tau'(i,j)$
and depth $d'(i)$

- Tuck angle condition

$$\phi(i,j) - \frac{1}{2} \theta(i,j) \leq \pi - \tau'(i,j)$$

- Tuck depth condition

$$w(i,j) \leq 2 \sin \left(\tau'(i,j) - \frac{1}{2} \alpha(i,j) \right) d'(i)$$



オリガマイザ Origamizer

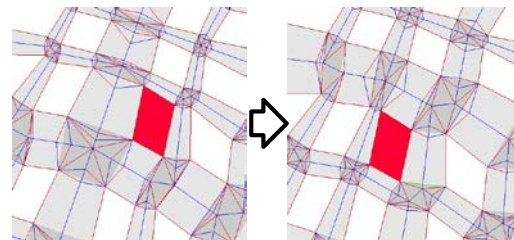
3D

CP

- 展開図自動生成



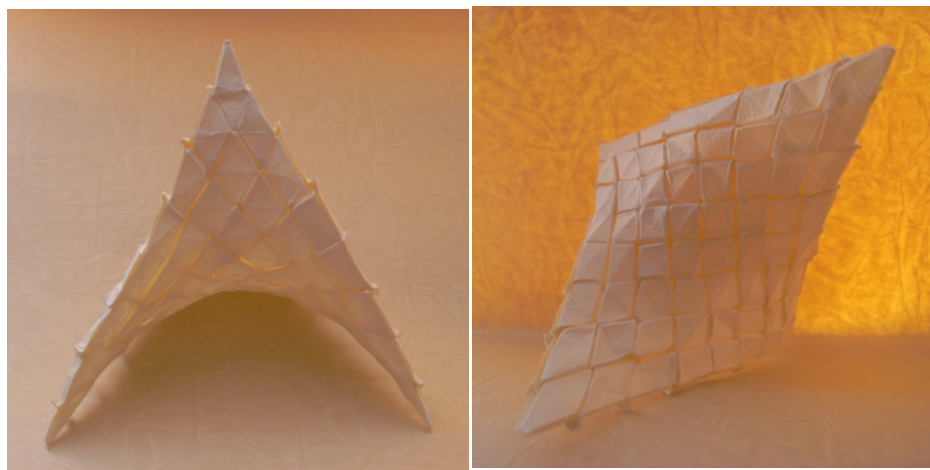
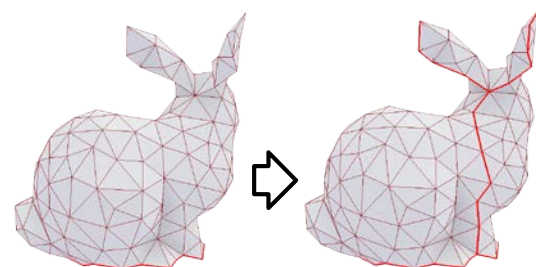
- インタラクティブな編集



- 稜線分割

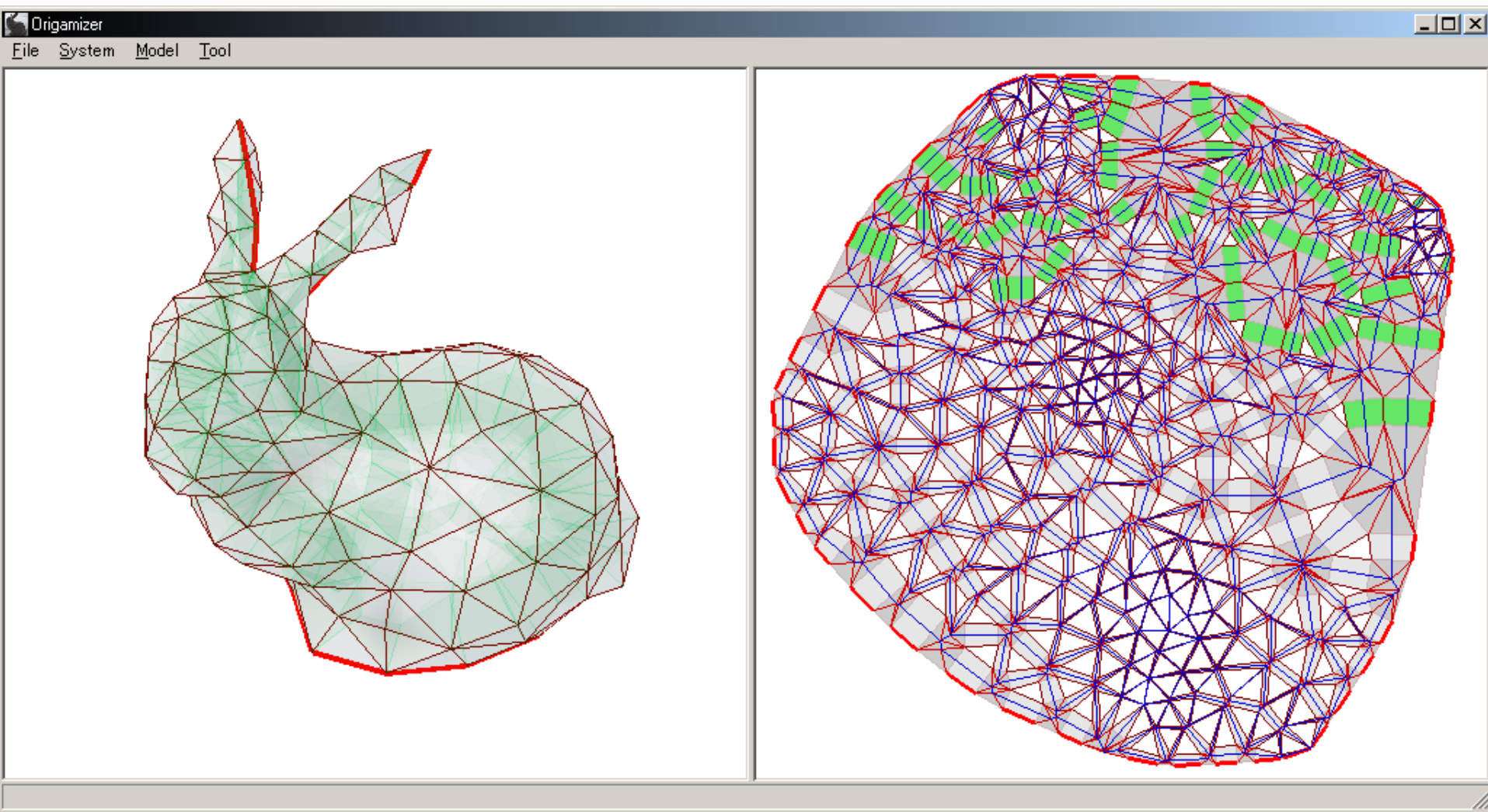


- 境界部編集

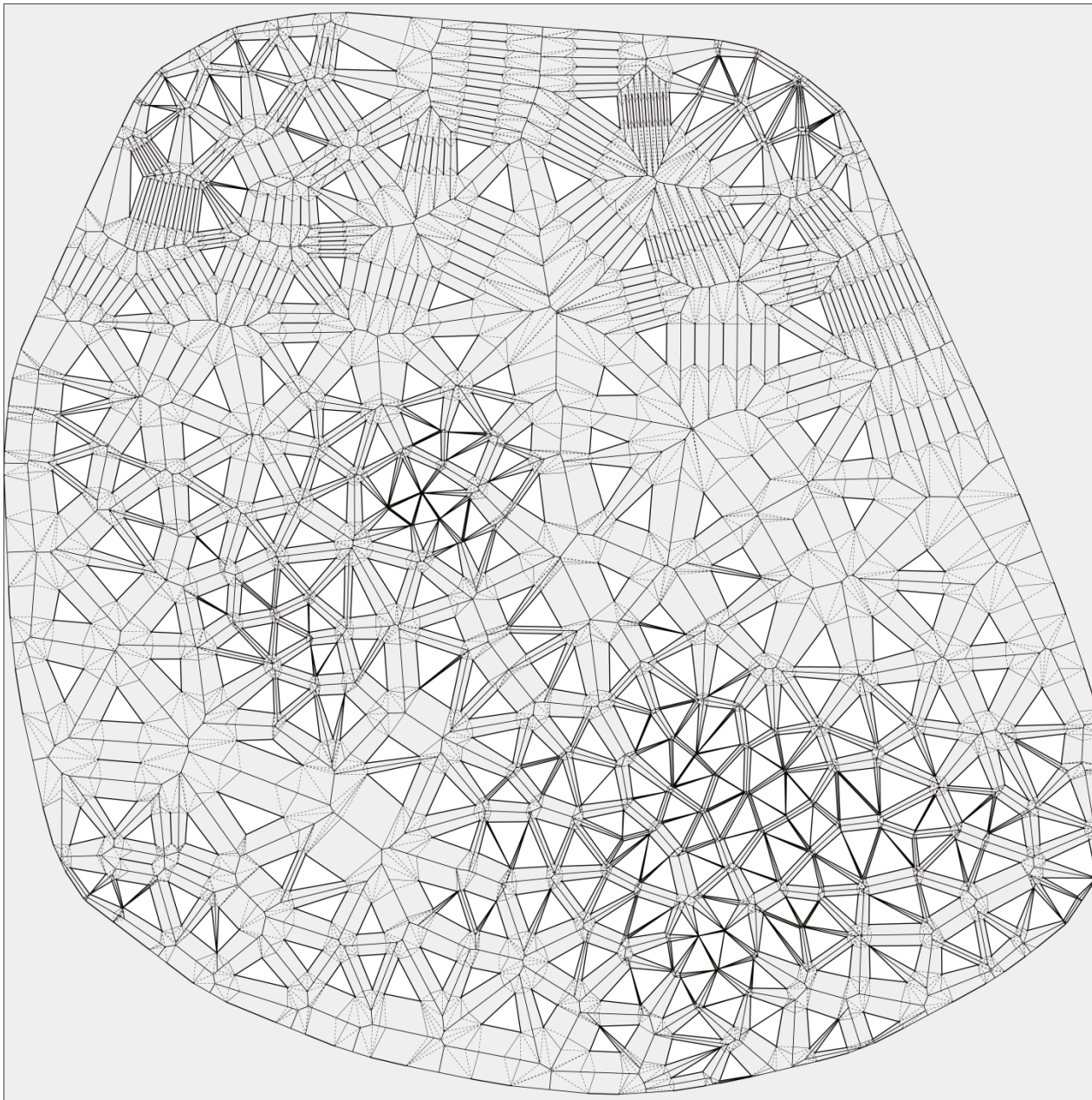


IPA未踏ソフトウェア創造事業(未踏ユース)
の支援を受けて開発

How to Fold Origami Bunny



0. Get a crease pattern using Origamizer



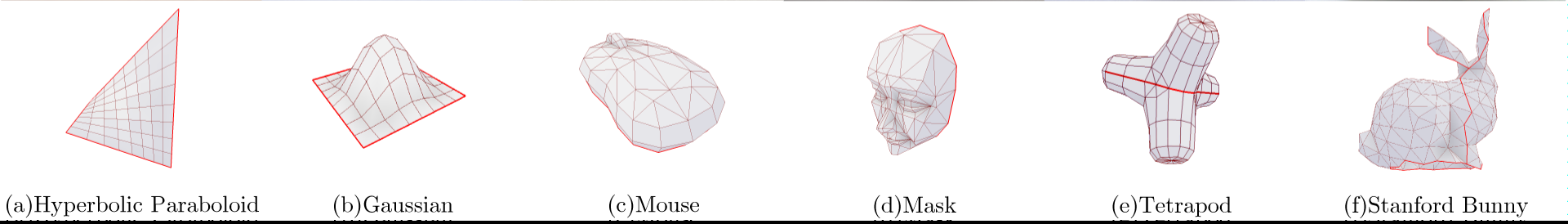
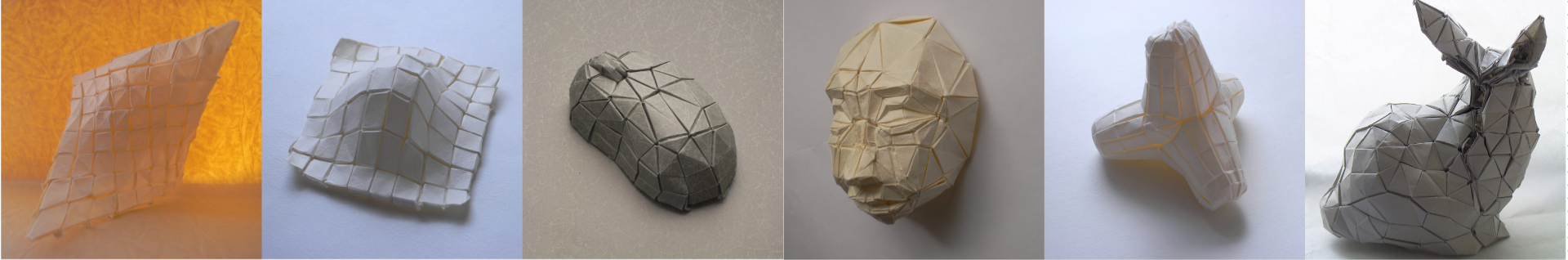
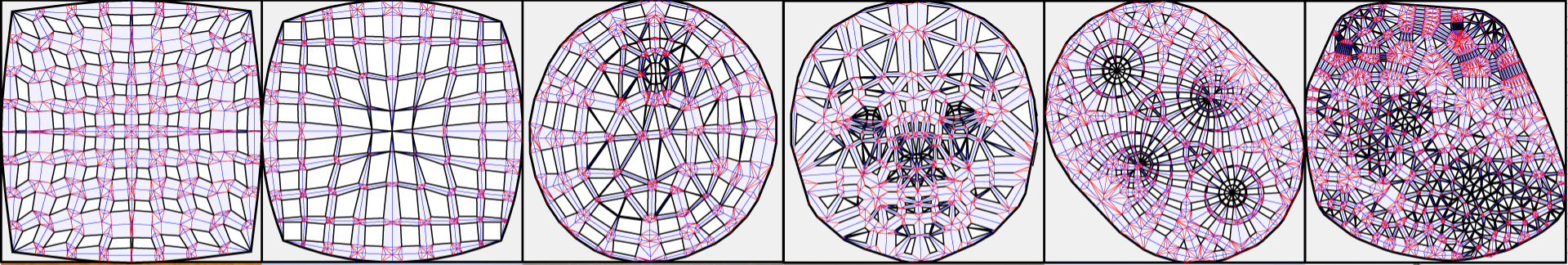
1. Fold Along the Crease Pattern

UTokyo Online Education 学術俯瞰講義 2016 館 知宏 [CC BY-NC-ND](#)



2. Done!

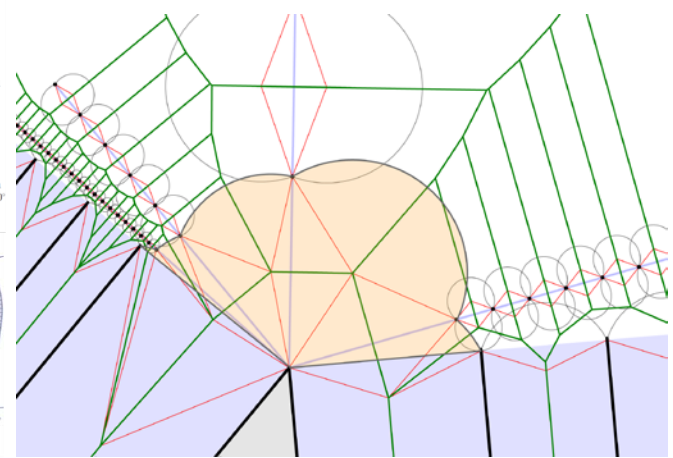
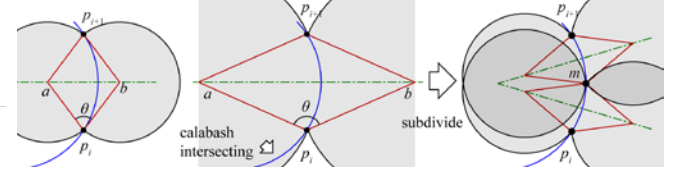
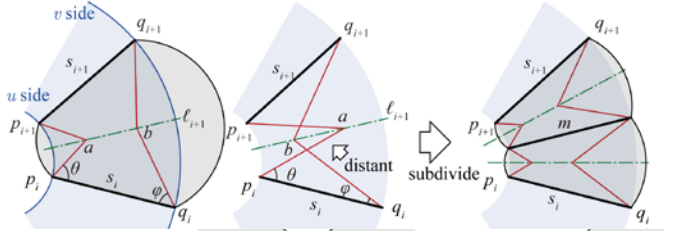
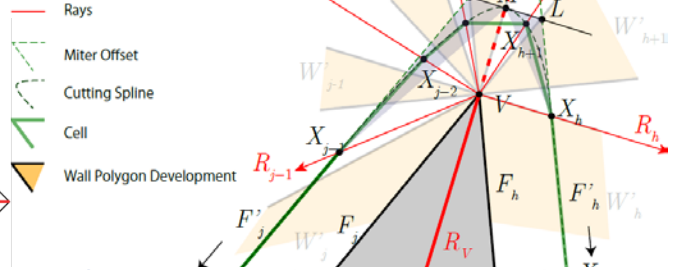
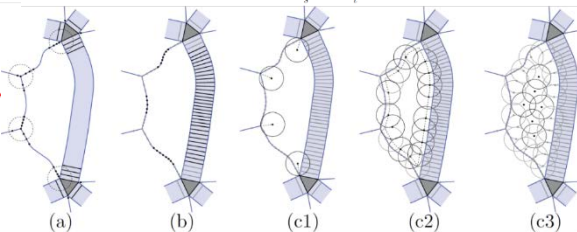
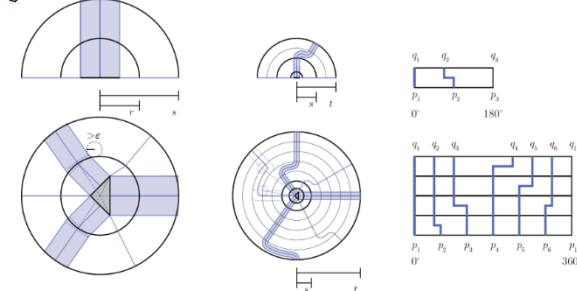
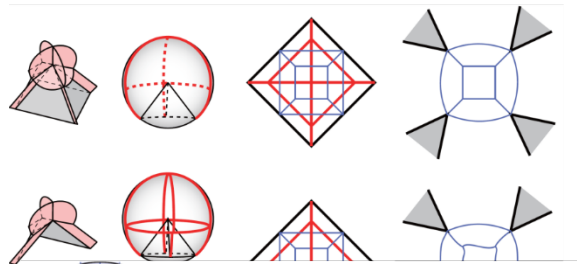
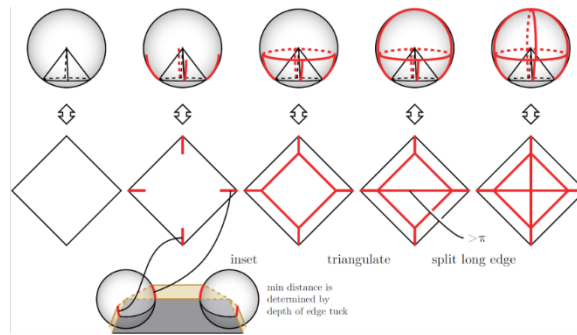




"Everything is possible"
Demaine & Tachi

Ongoing Proof [E. Demaine & T. Tachi 2007-]

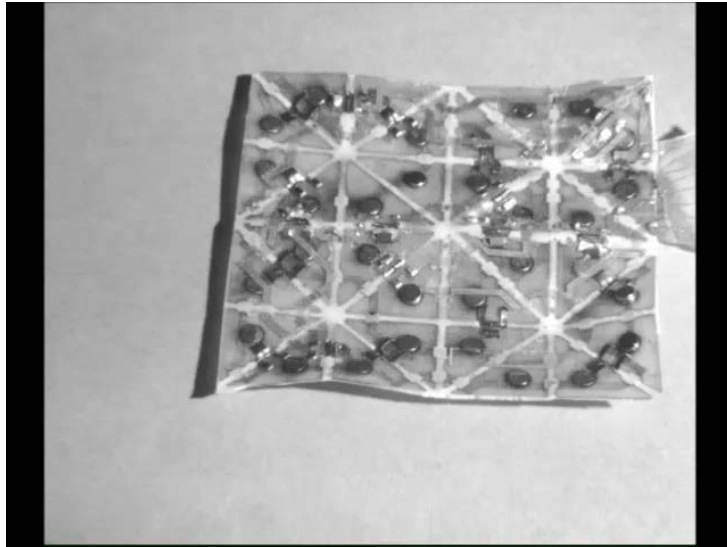
- Constructive Proof
- Folded form
 - contains given polyhedron
 - Watertight
 - lives in ε Hausdorff dist.
 - seams located only at edge



10時間折るのは
ちょっと大変



自己折り (Self-Folding)



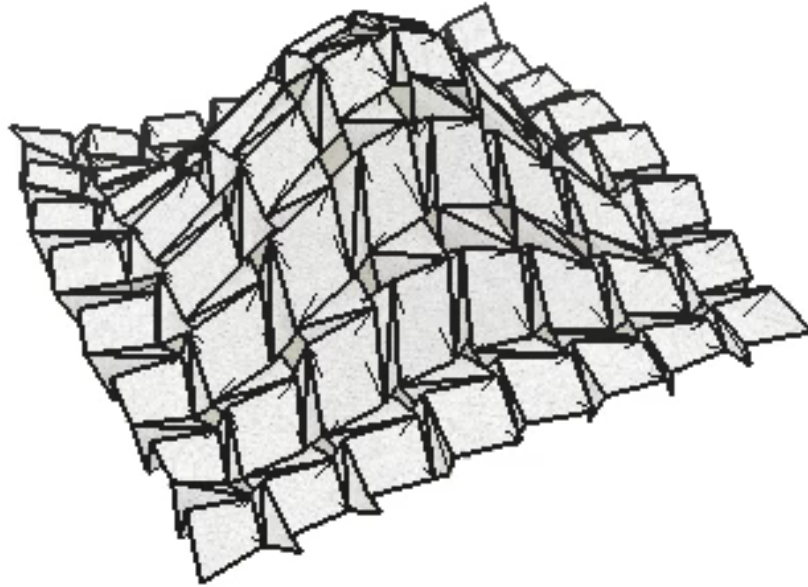
E. Hawkes, B. An, N. M. Benbernou, H. Tanaka, S. Kim, E. D. Demaine, D. Rus, R. J. Wood, "Programmable Matter by Folding" PNAS, 2010 July 13; 107(28): 12441–12445.

著作権等の都合により、
ここに挿入されていた画像を削除しました

J.-H. Na, A.A. Evans, J. Bae, M.C. Chiappelli, C.D. Santangelo, R.J. Lang, T. Hull, R.C. Hayward, "Programming reversibly self-folding origami with micropatterned photo-crosslinkable polymer trilayers", Advanced Materials, 27, 79-85 (2015), p. 83, Figure 5

手で折らなくても良い方法がある！

折りの「動き」を考える必要がある



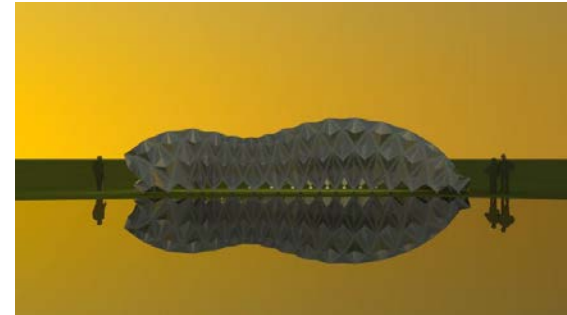
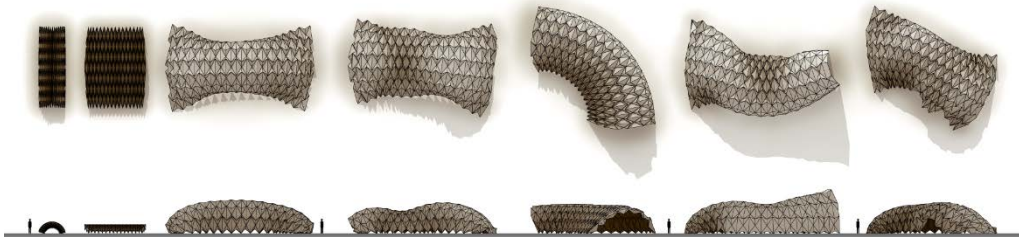
折りの動きがあるか？

折紙の良さ：動く！（展開構造物）

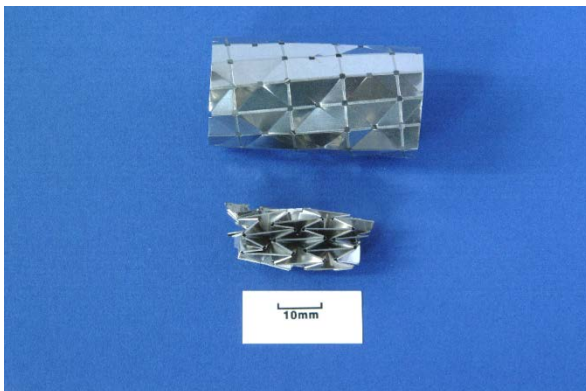


solar panels folding
with Miura-ori

提供：宇宙航空研究開発機構（JAXA）



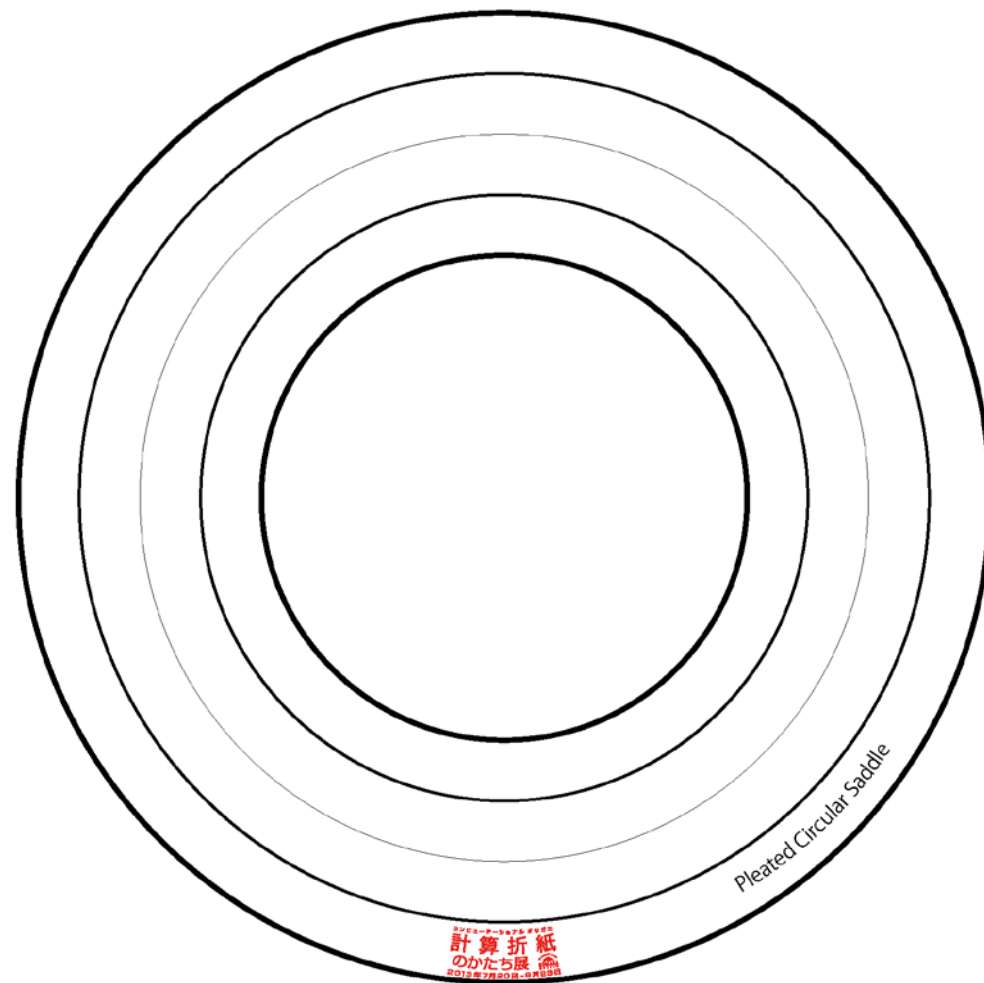
reconfigurable Pavilion
[Tachi Masubuchi Iwamoto 2011]



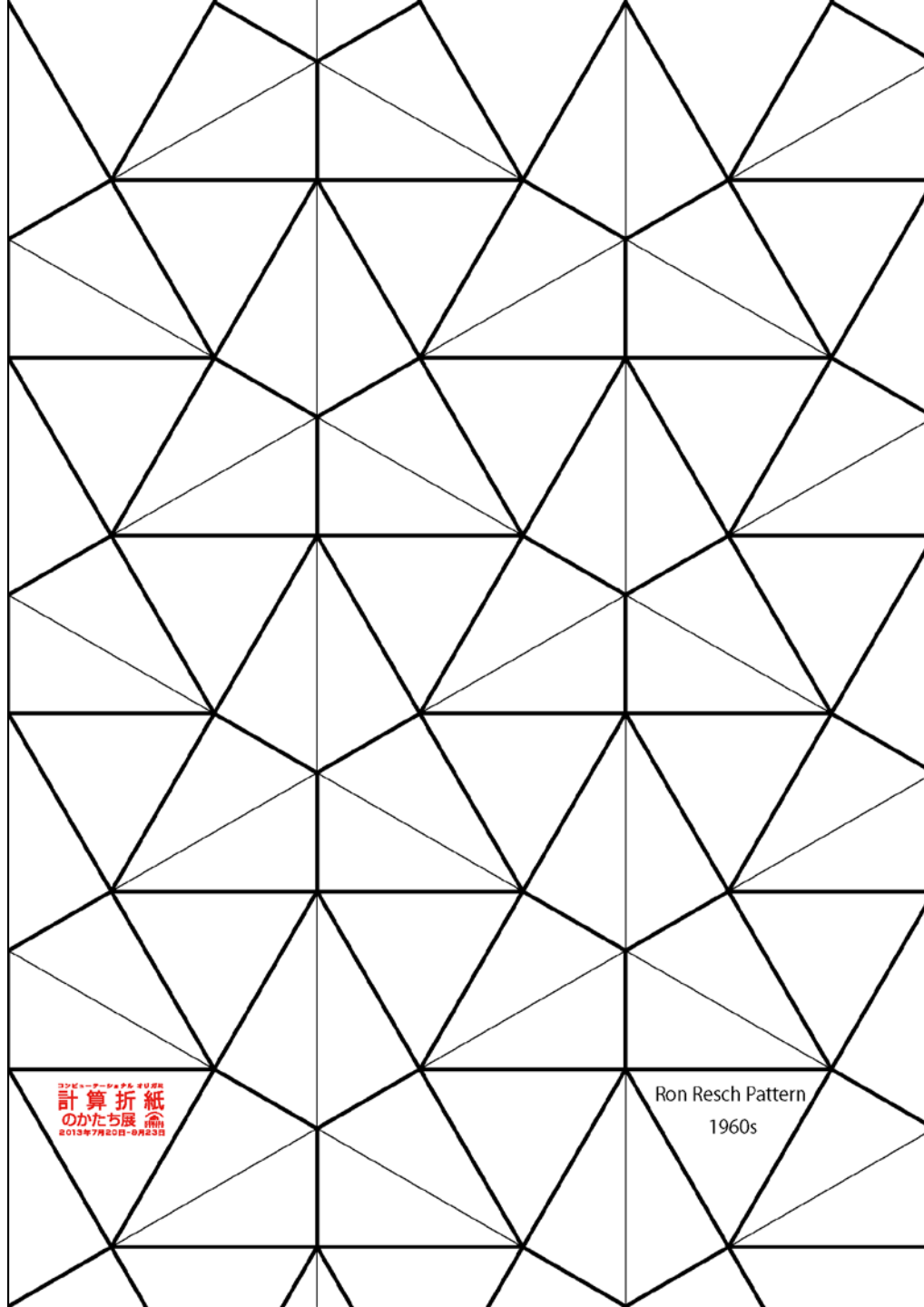
K. Kuribayashi,
A Novel Foldable Stent Graft (2004)
p. 119, Figure 6.5



剛体折紙 Rigid Origami

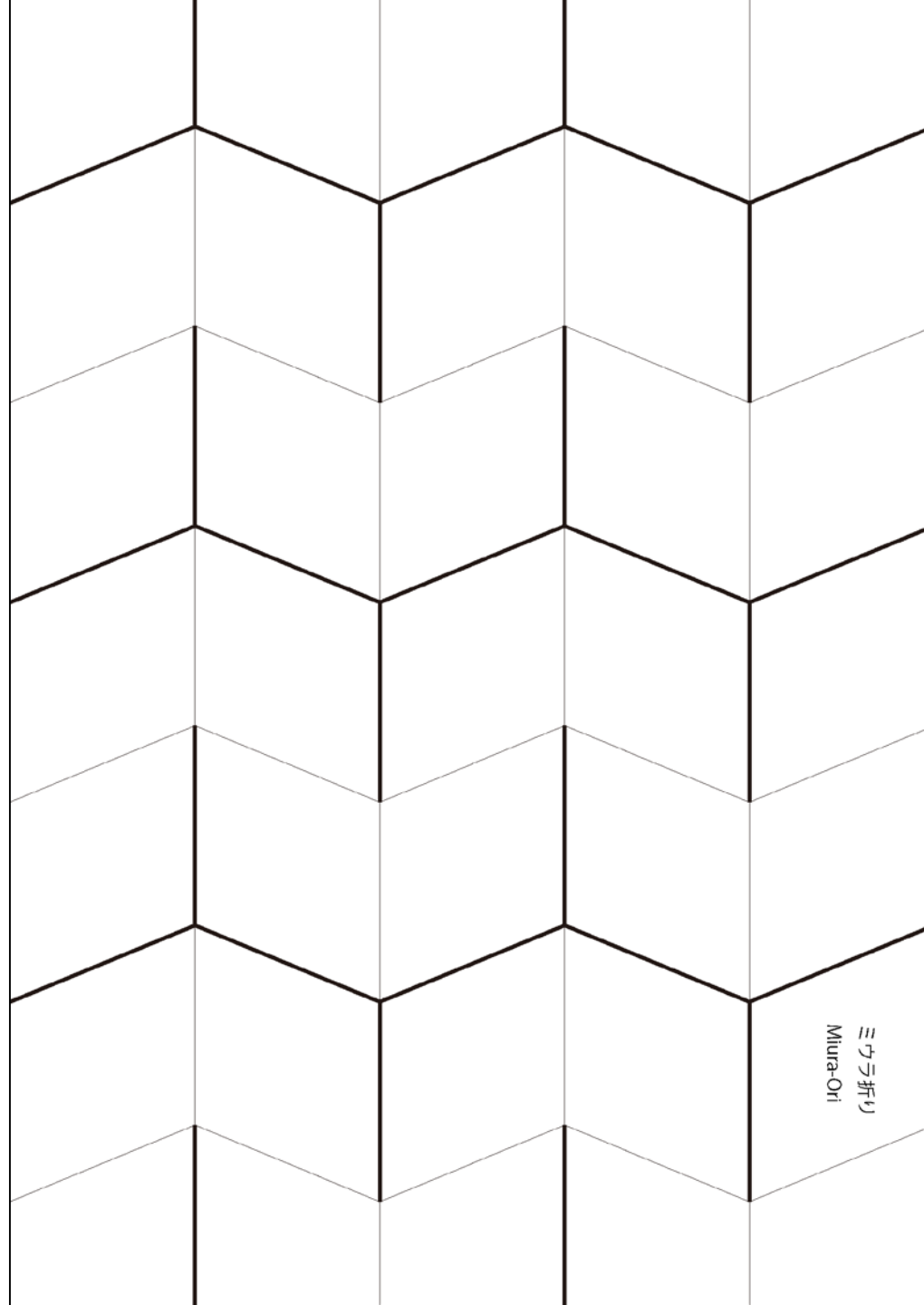


- 手順
- 1) 中心部分の円と、外周を切り取る。
 - 2) ボールペンの先などで、山谷の線を上からなぞる。
 - 3) 折る。



コンピュータ・グラフィックス
計算折紙
のかたち展
2013年7月20日 - 8月23日

Ron Resch Pattern
1960s



ミウラ折り
Miura-Ori